
Programme de colles 1

Semaine du 18/09

Questions de cours

Nombres réels

1. $\sqrt{2}$ est irrationnel.
2. Pour tout $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, $|xy| = |x||y|$.
3. Pour tout $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, $|x + y| \leq |x| + |y|$.
4. Pour tout $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, $||x| - |y|| \leq |x - y|$.
5. Pour tout $(x, y) \in \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}_+^*$, $\sqrt{xy} = \sqrt{x}\sqrt{y}$ et $\sqrt{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}$.
6. Pour tout $x \in \mathbb{R}_+$, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $\sqrt{x^n} = (\sqrt{x})^n$ puis extension à $n \in \mathbb{Z}$.
7. Soit $E \subset \mathbb{R}$ une partie non vide. Alors E est bornée si et seulement si il existe $r \in \mathbb{R}_+$ tel que pour tout $x \in E$, $|x| \leq r$.
8. Existence et unicité de la partie entière.
9. La fonction partie entière est croissante sur $\mathbb{R}$ et vérifie $\lim_{x \rightarrow -\infty} [x] = -\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} [x] = +\infty$.

Exercices

- Manipulation d'ensembles : unions, intersections, produit cartésien...
- Pratique du raisonnement par récurrence.
- Intervalles, valeurs absolues, racines carrées, puissances, borne supérieure/inférieure, partie entière, trinômes du second degré...