Programme de colles 28 **Semaine du 03/06**

Questions de cours

Espaces vectoriels de dimension finie

1. Une intersection de sous-espaces vectoriels de E est un sous-espace vectoriel de E.
2. Sous-espace vectoriel engendré par une famille finie de vecteurs.
3. Coordonnées d'un vecteur dans une base.
4. On peut extraire une base de toute famille génératrice.
5. Toutes les bases d'un espace vectoriel de dimension finie ont même cardinal.
6. Théorème de la base incomplète.
7. Si F est un sous-espace vectoriel de E, alors F est de dimension finie et $\dim(F) \leqslant \dim(E)$.

Applications linéaire

1. La composée de deux applications linéaire est une application linéaire.
2. La bijection réciproque d'un isomorphisme est linéaire.
3. Si $f \in \mathcal{L}(E, F)$, alors $\ker(f)$ est un sous-espace vectoriel de E et $\operatorname{Im}(f)$ est un sous-espace vectoriel de F.
4. Si $f \in \mathcal{L}(E, F)$, alors f est injective si et seulement si $\ker(f) = \{0_E\}$.
5. $f \in \mathcal{L}(E, F)$ et $E = \operatorname{Vect}\{e_1, \ldots, e_n\}$, alors $\operatorname{Im}(f) = \operatorname{Vect}\{f(e_1), \ldots, f(e_n)\}$.
6. Soit $f \in \mathcal{L}(E, F)$, soit $(e_1, \ldots, e_n)$ une base de E. Alors f est injective si et seulement si $(f(e_1), \ldots, f(e_n))$ est une famille libre de F.

Exercices

Espaces vectoriels

Détermination de sous-espaces vectoriels, familles libres, familles génératrices, bases, recherche de coordonnées.

Applications linéaires

Détermination du noyau, de l'image d'une application linéaire. Donner une base et la dimension de ces sous-espaces vectoriels. Etude de l'injectivité/surjectivité/bijectivité d'une application linéaire.