Lycée Fénelon
Année 2023-2024

BCPST1
A. Panetta

Programme de colles 29 **Semaine du 10/06**

Questions de cours

Espaces vectoriels de dimension finie

1. Théorème de la base incomplète.
2. Si F est un sous-espace vectoriel de E, alors F est de dimension finie et $\dim(F) \leqslant \dim(E)$.

Applications linéaires

1. La composée de deux applications linéaire est une application linéaire.
2. La bijection réciproque d'un isomorphisme est linéaire.
3. Si $f \in \mathcal{L}(E, F)$, alors $\ker(f)$ est un sous-espace vectoriel de E et $\mathrm{Im}(f)$ est un sous-espace vectoriel de F.
4. Si $f \in \mathcal{L}(E, F)$, alors f est injective si et seulement si $\ker(f) = \{0_E\}$.
5. $f \in \mathcal{L}(E, F)$ et $E = \mathrm{Vect}\{e_1, \dots, e_n\}$, alors $\mathrm{Im}(f) = \mathrm{Vect}\{f(e_1), \dots, f(e_n)\}$.
6. Soit $f \in \mathcal{L}(E, F)$, soit $(e_1, \dots, e_n)$ une base de E. Alors f est injective si et seulement si $(f(e_1), \dots, f(e_n))$ est une famille libre de F.
7. Calcul matriciel de l'image d'un vecteur.
8. Matrice d'une composée d'applications linéaires.
9. Théorème du rang.
10. Soit $f \in \mathcal{L}(E, F)$. Si $g \in \mathcal{L}(F, G)$ est un isomorphisme, alors $\mathrm{rg}(g \circ f) = \mathrm{rg}(f)$.

Exercices

Espaces vectoriels

Détermination de sous-espaces vectoriels, familles libres, familles génératrices, bases, recherche de coordonnées.

Applications linéaires

Détermination du noyau, de l'image d'une application linéaire. Donner une base et la dimension de ces sous-espaces vectoriels. Etude de l'injectivité/surjectivité/bijectivité d'une application linéaire. Matrices d'applications linéaires, d'isomorphismes. Rang d'une application linéaire, d'une matrice, d'une famille de vecteurs.