1 – Circuits électriques en régime stationnaire

L'étude des circuits électriques en classe de BCPST a deux objectifs. Le premier est évidemment d'avoir quelques notions de base sur l'électricité, ce qui peut s'avérer utile pour un ingénieur qui aura éventuellement à faire fonctionner divers appareils. En première année, on étudie les circuits en régime continu, c'est-à-dire alimentés par un générateur délivrant une tension constante ou un courant constant ; c'est en particulier le cas d'une pile ou d'une batterie. En seconde année, on étudiera le régime sinusoïdal forcé, dans lequel la tension ou le courant alimentant le circuit est variable dans le temps selon une loi sinusoïdale, telle celle délivrée dans une prise de courant. Le second objectif est d'avoir une modélisation simple et facile à mettre en œuvre des phénomènes de transport. En effet, s'il est facile d'étudier une résistance électrique et de mesurer l'intensité d'un courant électrique, il est nettement plus difficile de mesurer un flux de particules ou un flux de chaleur. Les circuits électriques sont donc un modèle expérimental des phénomènes de transport en général, lesquels seront étudiés par la suite.

L'étude des circuits électriques est relativement facile tant qu'on ne s'intéresse qu'à des composants simples. En substance, cela revient à résoudre un système de N équations à N inconnues. Les inconnues sont des intensités et des tensions, et les équations sont issues des lois fondamentales des circuits électriques, les lois de Kirchhoff, du nom du physicien allemand qui les a énoncées, alors qu'il était encore étudiant et avant de se consacrer à des problèmes plus consistants...

timbre de la Deutsche Bundespost (1974)

Gustav Kirchhoff (1824 - 1887)
physicien allemand

Georg Ohm (1789 - 1854)
physicien allemand

Plan du chapitre

Programme officiel – Premier semestre – **Thème S – ondes et signaux**

S.2. Signaux électriques en régime stationnaire

Notions	Capacités exigibles
Grandeurs électriques. Charge électriques, intensité du courant électrique. Régime variable et régime stationnaire. Potentiel électrique, référence de potentiel, tension électrique. Mise à la terre.	Relier l'intensité d'un courant électrique au débit de charges électriques. Utiliser la loi des nœuds et la loi des mailles. Algébriser les grandeurs électriques et utiliser les conventions récepteur et générateur. Citer les ordres de grandeur d'intensité et de tension électrique dans différents domaines d'application, et en particulier en lien avec la prévention électrique.
Circuits en régime continu Source de tension. Dipôle résistif, résistance, loi d'Ohm. Association de deux résistances. Pont diviseur de tension.	Modéliser une source de tension en utilisant la représentation de Thévenin. Remplacer une association série ou parallèle de deux résistances par une résistance équivalente. Exploiter des ponts diviseurs de tension.
Aspect énergétique Puissance et énergie électrique. Effet Joule.	Établir un bilan de puissance dans un circuit électrique.

1 Grandeurs électriques en régime stationnaire

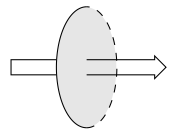
1.1 Charge et intensité

1.1.1 Charge électrique

La **charge électrique** est une propriété intrinsèque des particules élémentaires, et par conséquent des édifices chimiques. C'est une grandeur **positive ou négative** qui s'exprime en **coulomb** C. La charge est une **grandeur additive** : un édifice constitué d'une partie de charge q_1 et d'une partie de charge q_2 a une charge globale $q_1 + q_2$. Dans un circuit électrique, il y a une circulation de charges dans des fils dits **conducteurs** ; dans le cadre du cours, les **porteurs de charge** ou encore **charges mobiles** sont les électrons.

Un **électron** est une particule élémentaire porteur d'une charge $-e$, avec e la **charge élémentaire** qui vaut : $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}$.

1.1.2 Intensité électrique



Considérons une surface S traversée par des charges électriques. Cette surface est celle au niveau de laquelle le comptage va être fait ; c'est la **surface de contrôle**. On appelle **flux** (ou **débit**) d'une grandeur quelconque à travers S, la quantité de cette grandeur passant à travers S par unité de temps. Si la grandeur observée est la charge électrique, on mesure le **flux de charges électriques**, appelé plus spécifiquement l'**intensité du courant**. L'unité de l'intensité est l'**ampère** A, avec $1\,\mathrm{A} = 1\,\mathrm{C} \cdot \mathrm{s}^{-1}$.

Dans un conducteur électrique (un fil), la surface de contrôle pertinente est la **section du fil**, autrement dit la surface obtenue en coupant le fil perpendiculairement à son axe.

L'intensité est constante s'il passe toujours la même charge chaque seconde. Si pendant un intervalle de temps Δt il passe une charge totale q_{tot}, alors :

$$i = \frac{q_{\mathrm{tot}}}{\Delta t}$$

Dans beaucoup de dispositifs, l'intensité n'est pas constante au cours du temps. On définit la valeur **instantanée** de l'intensité, autrement dit sa valeur « à un instant donné ». Pour cela, on adapte la définition précédente à un très petit intervalle de temps, appelé intervalle de temps **infinitésimal** ou intervalle de temps **élémentaire** noté $\mathrm{d}t$, et on compte la charge qui passe à travers la surface de contrôle entre la date t et la date $t + \mathrm{d}t$. L'intensité à la date t est alors :

$$\boxed{i_{(t)} = \frac{\delta q}{\mathrm{d}t}}$$

où δq est la charge élémentaire (ou infinitésimale) qui passe pendant l'intervalle de temps $\mathrm{d}t$. Cette charge est dite élémentaire car elle est très petite puisqu'elle est comptée pendant un intervalle de temps lui-même très petit.

Les mots « élémentaire » et « infinitésimal » sont synonymes et signifient « très petit à l'échelle du phénomène »[1]. Le raisonnement infinitésimal est la base de toute la physqiue moderne, c'est-à-dire postérieure aux travaux de Newton et Leibnitz au 18e siècle[2].

---

1. Dans la plupart des situations, il n'est pas nécessaire de préciser la valeur numérique de $\mathrm{d}t$.

2. On peut facilement faire l'analogie avec la vitesse d'une voiture. Si on parcourt 100 km en 1 h, la vitesse moyenne est $v = 100/1 = 100\,\mathrm{km} \cdot \mathrm{h}^{-1}$. Cette vitesse est peu informative sur ce qu'il s'est réellement passé durant le trajet. En effet, à un instant donné, le compteur peut indiquer $90\,\mathrm{km} \cdot \mathrm{h}^{-1}$ ou $120\,\mathrm{km} \cdot \mathrm{h}^{-1}$ ou même 0 lorsqu'on est arrêté. Ces différentes valeurs sont les vitesses instantanées. La vitesse instantanée est : $v = \mathrm{d}x \,/\, \mathrm{d}t$ où $\mathrm{d}x$ est la distance infinitésimale parcourue pendant l'intervalle de temps infinitésimal $\mathrm{d}t$, qui correspond ici à la durée nécessaire au capteur de vitesse pour faire sa mesure.

1.1.3 Caractère algébrique de l'intensité

Dans le cas du courant électrique, les choses sont compliquées par le fait qu'une charge peut être négative ou positive. Considérons tout d'abord le cas où un seul type de porteur de charge se déplace ; c'est le cas de la circulation d'un courant électrique dans un fil de cuivre, qui correspond à un déplacement de charges négatives, les électrons. Chaque électron transportant une charge élémentaire $-e$, la charge totale qui traverse la surface est négative, soit $\delta q < 0$; l'intensité est donc négative.

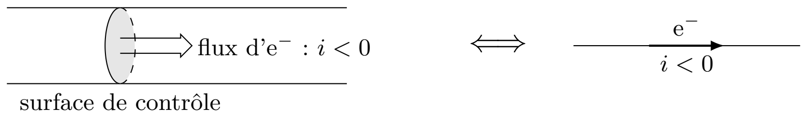


Figure 1 – Courant électrique dans un conducteur métallique.

Imaginons maintenant que le milieu à droite de la surface de contrôle ait une charge initiale q_0. Supposons maintenant que N électrons traversent la surface de contrôle ; la charge finale à droite est $q_0 - Ne$. Il est clair que cette même charge aurait été obtenue si, au lieu de faire passer N charges $-e$ de la gauche vers la droite on avait fait passer N charges $+e$ de la droite vers la gauche. En d'autres termes, un déplacement d'une charge dans un sens est équivalent à un déplacement d'une charge de signe opposé dans l'autre sens.

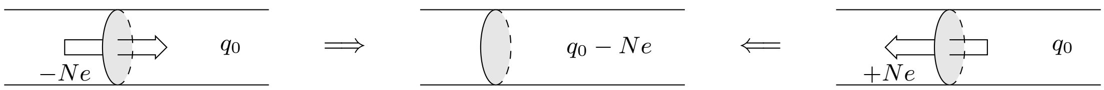


Figure 2 – Équivalence entre des débits opposés de charges opposées.

En conséquence, dans un conducteur électrique, une intensité i dans un sens est équivalente à une intensité $-i$ dans l'autre sens. L'intensité est une **grandeur algébrique** ; elle est positive dans le sens de déplacement des charges positives ; dans un circuit électrique, elle est négative dans le sens de déplacement des électrons.

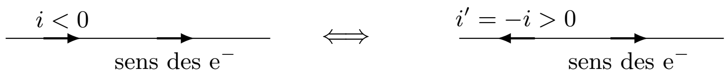


Figure 3 – Caractère algébrique de l'intensité.

En conclusion, il faut distinguer le flux des charges négatives, le flux des charges positives, et le flux global de charges. En électricité, les seuls porteurs de charges sont les électrons, et le problème est simple. En revanche, en conductimétrie, les porteurs de charges sont des cations et des anions, et on doit prendre garde à considérer les contributions des charges de signes opposés au flux total de charges.

1.1.4 Loi des nœuds

Dans les circuits électriques, les électrons circulent généralement dans des fils métalliques le plus souvent en cuivre. Or les métaux sont des milieux qui sont globalement électriquement neutre, autrement dit de charge totale nulle, par compensation entre les charges positives des noyaux des atomes et des charges négatives des électrons. Le caractère de neutralité électrique implique que les électrons ne peuvent pas s'accumuler dans un conducteur ; en conséquence, toute charge entrant dans une portion de conducteur est compensée par une charge égale qui en sort.

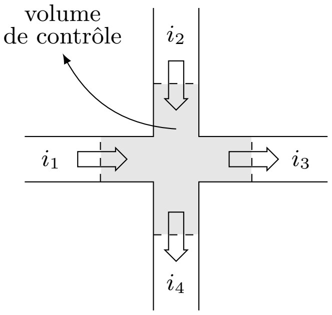


FIGURE 4 – Représentation d'un nœud.

Considérons un **nœud**, c'est-à-dire un point où convergent plusieurs conducteurs. Il y a arrivée de charges par certains conduits (par exemple n°1 et 2) avec des intensités i_1 et i_2 et départ de charges par d'autres conduits (par exemple n°3 et 4) avec des intensités i_3 et i_4.

Considérons le volume de contrôle représenté en gris sur la figure 4. Faisons un bilan de des charges qui entrent et qui sortent du volume de contrôle pendant un intervalle de temps infinitésimal $\mathrm{d}t$. D'après l'expression de l'intensité instantanée, il entre une charge infinitésimale $\delta q_1 = i_1\,\mathrm{d}t$ et une charge infinitésimale $\delta q_2 = i_2\,\mathrm{d}t$; par ailleurs il sort des charges infinitésimales $\delta q_3 = i_3\,\mathrm{d}t$ et $\delta q_4 = i_4\,\mathrm{d}t$. Pendant $\mathrm{d}t$, la charge totale dans le volume de contrôle a donc varié d'une très petite quantité notée $\mathrm{d}q$, telle que :

$$\mathrm{d}q = \delta q_1 + \delta q_2 - \delta q_3 - \delta q_4 \Rightarrow \mathrm{d}q = (i_1 +_2 - i_3 - i_4)\ \mathrm{d}t$$

Or, le volume de contrôle est constitué de portions de conducteurs ; la neutralité électrique impose qu'il n'y ait pas accumulation de charge dans ce volume, soit une variation de charge $\mathrm{d}q = 0$ pendant n'importe quel intervalle de temps $\mathrm{d}t$. Comme $\mathrm{d}t \neq 0$, on en déduit :

$$\mathrm{d}q = 0 \Rightarrow i_1 +_2 - i_3 - i_4 = 0 \Rightarrow i_1 +_2 = i_3 + i_4$$

La formule se généralise sans peine à des nombres quelconques de conducteurs qui convergent en ce nœud.

> La somme des intensités qui arrivent à un nœud est égale à la somme des intensités qui en partent.
>
> $$\sum i_{\text{arrivant}} = \sum i_{\text{partant}} \qquad (1)$$

Sur l'exemple de la figure 5, on peut écrire :

$$i_1 + i_3 + i_6 = i_2 + i_4 + i_5$$

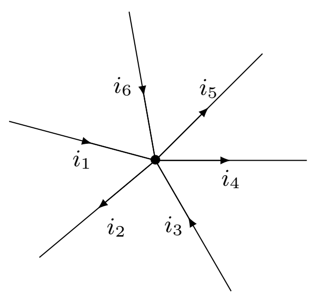


FIGURE 5 – Loi des nœuds.

1.1.5 Ordre de grandeur de l'intensité électrique

La circulation d'un courant électrique ne se limite pas aux fils métalliques ; on peut l'observer dans d'autres milieux du moment qu'ils soient conducteurs de l'électricité : eau, terre, air, etc. Les intensités électriques qu'on peut observer varient sur plusieurs ordres de grandeur. Avec les appareils les plus sensibles, on sait détecter de l'ordre de $1\,\mathrm{pA} = 10^{-12}\,\mathrm{A}$. Quelques ordres de grandeurs typiques sont donnés dans le tableau 1, et doivent être connus[3].

3. Plus de valeurs sont disponibles facilement, par exemple : https://fr.wikipedia.org/wiki/Amp%C3%A8re et https://fr.wikipedia.org/wiki/Courant_%C3%A9lectrique#Intensit.C3.A9_du_courant

montre	$\approx 2\,\mu\text{A}$
LED	$\approx 10\,\text{mA}$
appareil de 1000 W alimenté en 220 V	$\approx 5\,\text{A}$
fusibles courants	16 ou 32 A
maximum délivré dans une maison	$\approx 30\,\text{A}$
démarreur automobile	$\approx 100\,\text{A}$
TGV	$\approx 250\,\text{A}$
éclair	10 à 100 kA

Table 1 – Ordres de grandeur typiques d'intensité électrique.

L'électrocution est l'arrêt cardiaque sous l'effet du passage par le cœur d'un courant électrique. La dangerosité dépend à la fois de la valeur de l'intensité et de la durée pendant laquelle le cœur est parcouru par un courant. Il y a électrocution pour une intensité de 75 mA traversant le cœur pendant 1 s. Notons qu'une telle intensité est facilement atteinte dans une installation électrique domestique.

1.2 Potentiel électrique et tension

1.2.1 Définition du potentiel électrique et de la tension

En chaque point de l'espace, il existe un **potentiel électrique** noté V et exprimé en **volt** V. Le potentiel électrique est dû aux charges électriques présentes dans l'espace autour de ce point ; une charge placée en ce point subit l'influence des charges voisines (attraction ou répulsion). Cette influence est caractérisée par le potentiel électrique. De façon un peu simpliste, on peut dire que le potentiel électrique en un point de l'espace caractérise les « propriétés électriques » de ce point.

En pratique, on ne peut mesurer que la **différence de potentiel** = la **tension** (en **volt**) entre deux points. Si V_A est le potentiel électrique au point A et V_B celui au point B, la tension entre A et B (la différence de potentiel entre A et B) est schématisée par une flèche allant de B vers A et vaut :

$$\boxed{u_\text{AB} = V_\text{A} - V_\text{B}}$$

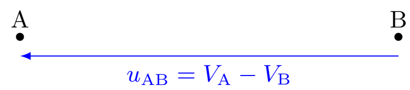


Figure 6 – Schématisation de la tension entre A et B.

1.2.2 Référence des potentiels

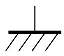
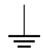
Pour comprendre le problème de la référence des potentiels, faisons une analogie avec l'altitude. On peut définir l'altitude en chaque point de l'espace. Cependant, on ne mesure concrètement que des différence d'altitude entre deux points. L'altitude « absolue » d'une montagne est en fait repérée par rapport à une altitude de référence. En France, la référence historique est la surface de la mer dans le vieux port de Marseille, alors qu'en Italie, c'est la surface de la mer à Gênes... et le Mont Blanc est plus élevé !

De la même façon, dans un circuit, on peut choisir de définir une référence des potentiels : on pose arbitrairement que le potentiel électrique d'un point R vaut $V_\text{R} = 0$. Le potentiel d'un point A est mesuré grâce à la tension entre A et R : $u_\text{AR} = V_\text{A} - V_\text{R} = V_\text{A}$. En pratique, la référence des potentiels peut être :

- purement abstraite (un point quelconque du circuit),
- un objet physique particulier, la **masse**, souvent une pièce métallique d'un appareil,

- la terre si un des appareils a une prise de terre.

Les symboles pour désigner ces points sont représentés ci-dessous, et pour nous sont relativement interchangeables.

référence ou masse	terre
 ou 	

Notons que la référence des potentiels est utilisée de façon sous-entendue dans la vie courante, avec la Terre comme référence. Lorsqu'on dit qu'une ligne à haute tension est à 80 kV, c'est par rapport à la Terre.

1.2.3 Propriétés de la tension électrique

La tension électrique est une **grandeur algébrique**. Son signe dépend de la valeur des potentiels électriques aux deux points considérés. Il est évident que la tension entre deux points peut être choisie dans deux sens différents, avec :

$$\boxed{u_{\mathrm{AB}} = -u_{\mathrm{BA}}}$$

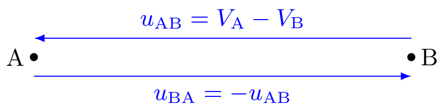


FIGURE 7 – La tension est algébrique.

En effet, $u_{\mathrm{AB}} = V_{\mathrm{A}} - V_{\mathrm{B}}$ et $u_{\mathrm{BA}} = V_{\mathrm{B}} - V_{\mathrm{A}}$.

D'autre part, la **tension est additive**. Soit 3 points de potentiel électriques respectifs V_{A}, V_{B} et V_{C}. La tension entre A et C peut toujours s'écrire en faisant intervenir le point B :

$$u_{\mathrm{AC}} = V_{\mathrm{A}} - V_{\mathrm{C}} = (V_{\mathrm{A}} - V_{\mathrm{B}}) + (V_{\mathrm{B}} - V_{\mathrm{C}}) \Rightarrow \boxed{u_{\mathrm{AC}} = u_{\mathrm{AB}} + u_{\mathrm{BC}}}$$

La formule se généralise facilement à un nombre quelconque de points.

1.2.4 Valeurs de la tension

Le tableau ci-dessous donne des valeurs de tension dans des dispositifs de la vie courante, dont les ordres de grandeur sont à avoir en tête.

piles commerciales au lithium	$\approx 3\,\mathrm{V}$
batterie automobilie	$12\,\mathrm{V}$
alimentation domestique	$220\,\mathrm{V}$
ligne à très haute tension	$400\,\mathrm{kV}$

TABLE 2 – Ordres de grandeur de tension dans la vie courante.

Le champ disruptif de l'air, au-delà duquel il se forme un arc électrique est d'environ $3{,}6 \cdot 10^{6}\,\mathrm{V \cdot m^{-1}}$ à basse altitude.

1.2.5 Lien entre tension et intensité ; mise à la Terre

On admet le résultat d'électrostatique suivant : dans un milieu conducteur, une charge se déplace spontanément entre un point A et un point B s'il existe une différence de potentiel entre A et B [4]. Dans un circuit électrique constitué de fils métalliques parcourus par des électrons :

- Si $V_\mathrm{A} = V_\mathrm{B}$, soit $u_\mathrm{AB} = 0$, alors $i_\mathrm{AB} = 0$.
- Si $V_\mathrm{A} \neq V_\mathrm{B}$, soit $u_\mathrm{AB} \neq 0$, alors $i_\mathrm{AB} \neq 0$.

Lorsqu'un déplacement de charges a lieu, dans quel sens a-t-il lieu ? La règle totalement générale s'applique :

- une charge positive se déplace spontanément dans le sens des potentiels décroissants (vers un point de potentiel plus petit),
- une charge négative se déplace spontanément dans le sens des potentiels croissants (vers un point de potentiel plus grand).

Cette propriété est la cause de l'électrocution. Si un utilisateur dont le pied est posé par terre (donc au potentiel de la Terre, posé égal à 0) touche avec sa main un fil conducteur porté à 220 V, une différence de potentiel existe entre sa main et son pied, qui entraine la circulation d'un courant électrique à travers son corps.

La mise à Terre des appareils électriques est une protection contre l'électrocution. Les parties conductrices des appareils accessibles à l'utilisateur et qui sont susceptibles de s'électriser en cas de fonctionnement défecteux sont usuellement reliées à la terre : coque métallique des machines à laver, réfrigérateur, etc. En cas de contact avec ces surfaces, la différence de potentiel entre la main de l'utilisateur et son pied est nulle, puisque la main touche une partie reliée à la Terre (figure 8b).

Dans les installations domesiques, la Terre correspond à la tige métallique qui sort de la prise. Le fil relié à la Terre est conventionnellement vert et jaune. Toutes les prises de Terre d'un batiment sont reliées à un gros poteau métallique enfoncé dans la terre, et bien en contact avec elle. La photo [5] de la figure 8a montre le fil de Terre et le poteau de Terre.


(a) fil et poteau de Terre

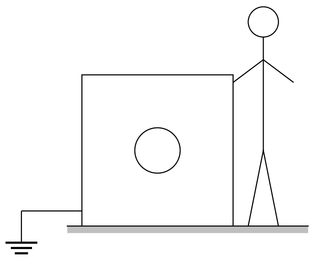

(b) Mise à la Terre d'un appareil

FIGURE 8 – Principe de la mise à la Terre.

2 Circuit électrique en régime stationnaire

2.1 Cadre d'étude

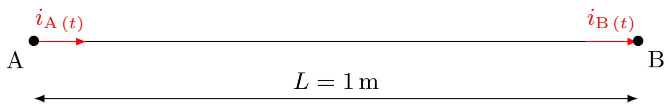
L'étude des circuits électriques en BCPST se fait dans un cadre simplificateur. Nous nous limiterons au cas de dispositifs dans lesquels les seuls porteurs de charge sont des électrons. Ceux-ci circulent dans des fils assimilés à des **conducteurs parfaits**, c'est-à-dire dans lesquels les électrons circulent sans résistance (on reviendra sur ce point plus loin) ; en conséquence, on peut négliger la présence des fils. Enfin les circuits sont de faible dimension, de sorte que l'information s'y propage quasi-instantanément.

Par ailleurs, au premier semestre, on se limite au cas du **régime stationnaire** : les grandeurs électriques sont **constantes au cours du temps**.

4. Dans un isolant (comme l'air), il en est de même mais seulement au-delà d'une valeur limite de la différence de potentiel ; il y a alors formation d'un éclair ou d'un arc électrique.

5. Photo de Ali K, disponible sur Wikimedia Commons https://commons.wikimedia.org/wiki/File:HomeEarthRodAustralia1.jpg

Intéressons-nous à la vitesse de propagation de l'information. Si une intensité est envoyée en A, après quel délai une intensité apparait-elle en B, sachant que l'information se transmet à la vitesse de la lumière ?



La vitesse de propagation de l'information sur une distance L est $c = L/\Delta t$ avec Δt la durée nécessaire à la propagation, donc $\Delta t = L/c = 1/1 \cdot 10^8 = 1 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{s} = 10\,\mathrm{ns}$. On peut donc considérer que s'il entre une intensité i en A, une intensité i apparait en B instantanément. Autrement dit, en régime stationnaire, et pour un circuit de faible dimension, **l'intensité est la même en tous les points d'une branche sans nœud**.

Attention ! L'information se transmet à la vitesse de la lumière, mais ce n'est pas la vitesse des électrons ! Un électron donné circule à une vitesse typique de $1\,\mathrm{cm} \cdot \mathrm{s}^{-1}$ dans un fil métallique. Lorsqu'un électron entre dans le fil en A, un électron sort du fil en B quasi-instantanément, mais ce n'est pas le même électron qui aurait parcouru le fil à la vitesse de la lumière. L'entrée d'électrons en A repoussent les élecrons qui sont devant eux dans le fil, qui eux-mêmes repoussent les électrons devant eux, et ainsi de suite de proche en proche.

2.2 Dipôles électriques

2.2.1 Dipôles électriques

Il existe de très nombreux composants électriques qu'on peut insérer dans un circuit pour lui faire réaliser certaines fonctions : résistor, condensateur, bobine inductive, diode, transistor bipôlaire, transistor à effet de champ, amplificateur opérationnel, appareils de mesure, etc. En BCPST, on considère uniquement les **dipôles**, c'est-à-dire les composants n'ayant que deux **bornes** A et B, qui les relient au reste du circuit.

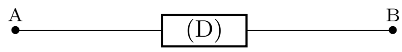


FIGURE 9 – Dipôle.

2.2.2 Conventions récepteur et générateur

Dans le circuit, un dipôle est traversé par un courant électrique d'**intensité** i, et il existe entre ses bornes une **tension** électrique (différence de potentiel) u. On ne connait pas *a priori* le sens réel de u et i, car dans un exercice c'est ce qu'on cherche à déterminer. Cela n'a aucune importance car i et u sont des grandeurs algébriques ; leur signe indique leur sens réel. On va donc choisir <u>arbitrairement</u> le sens de u et i au niveau de chaque dipôle du circuit. Une fois les calculs faits, le signe de u et i nous permettra de savoir le sens réel de circulation des électrons partout dans le circuit.

Si on <u>définit</u> la tension et l'intensité en sens opposés au niveau du dipôle, on dit que ce dipôle est en **convention récepteur**.

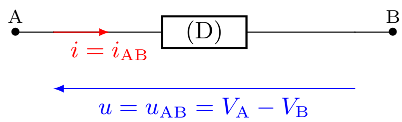


FIGURE 10 – Convention récepteur au niveau d'un dipôle.

Si au contraire on <u>définit</u> la tension et l'intensité dans le même sens au niveau du dipôle, on dit qu'il est en **convention générateur**.

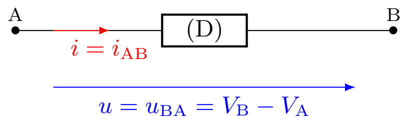
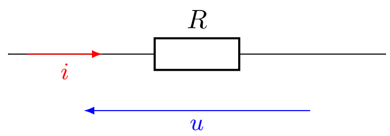
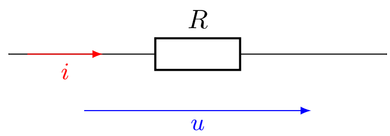


FIGURE 11 – Convention générateur au niveau d'un dipôle.

2.2.3 Le résistor ; résistance électrique

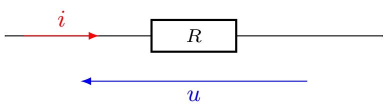
Un **résistor linéaire**, encore appelé conducteur ohmique linéaire, a pour seul effet de s'opposer au passage du courant. Une résistance chauffante (radiateur électrique), une ampoule, un ampèremètre ou un voltmètre se comportent comme des résistors au moins en première approximation. Un résistor obéit à la **loi d'Ohm** : le courant qui le traverse est proportionnel à la tension appliquée à ses bornes. Le facteur de proportionnalité est caractéristique du résistor et s'appelle sa **résistance** R, en **ohm** (Ω) ; c'est une grandeur positive.

En **convention récepteur**	En **convention générateur**	
$\boxed{u = R\,i}$	$u = -R\,i$	(2)
		

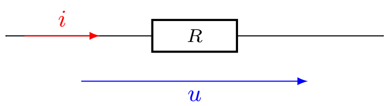
Par abus de langage, on confond fréquemment l'objet *résistor* avec sa caractéristique électrique. On parle donc fréquemment de **résistance** pour qualifier un résistor ou tout composant équivalent à un résistor dans un circuit.

On appelle **conductance** G l'inverse de la résistance[6] : $G = 1/R$. Elle s'exprime en siemens S, avec la conversion : $1\,\mathrm{S} = 1\,\Omega^{-1}$.

Sachant que $i = 2\,\mathrm{mA}$ et $R = 1\,\mathrm{k}\Omega$, que vaut u dans le cas de la figure 12a ? Il suffit d'appliquer la loi d'Ohm en convention récepteur puisque u et i sont orientées en sens opposés : $u = R \times i = 1 \cdot 10^3 \times 2 \cdot 10^{-3} = 2\,\mathrm{V}$.



(a) cas n° 1



(b) cas n° 2

FIGURE 12 – Application de la loi d'Ohm.

Sachant que $u = 5\,\mathrm{V}$ et $R = 30\,\Omega$, que vaut i dans le cas de la figure 12b ? La tension et l'intensité étant dans le même sens, il faut utiliser la loi d'Ohm en convention générateur : $i = -u/R = -5/30 = -0{,}17\,\mathrm{A}$.

On peut maintenant comprendre pourquoi on peut négliger les fils électriques qui relient les dipôles du circuit entre eux. La résistance linéique d'un fil de cuivre de diamètre égal à 0,8 mm vaut $8 \cdot 10^{-3}\,\Omega \cdot \mathrm{m}^{-1}$, ce qui signifie que chaque mètre de fil a une résistance de $8 \cdot 10^{-3}\,\Omega$. La résistance d'un tel fil de longueur 20 cm a alors une résistance $R_{\mathrm{fil}} = 0,2 \times 8 \cdot 10^{-3} = 1{,}6 \cdot 10^{-3}\,\Omega$. Si ce fil est parcouru par un courant d'intensité égale à 1 A, la différence de potentiel entre ses deux extrémités est $u = R_{\mathrm{fil}}\,i = 1{,}6 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{V}$.

6. En électricité, on utilise principalement la résistance, mais la conductance apparait naturellement lorsqu'on veut calculer théoriquement la résistance électrique d'un matériau, ou lorsqu'on fait de la conductimétrie pour analyser la composition ionique d'une solution.

Un fil conducteur se comporte donc comme un résistor de résistance usuellement négligeable. Comme $R_{\text{fil}} \approx 0$, alors $u_{\text{fil}} = R_{\text{fil}} \times i \approx 0$. Le potentiel électrique est le même aux deux extrémités d'un fil conducteur. ON peut donc retenir qu'**fil conducteur est électriquement équivalent à un unique point**.

On appalle **caractéristique** d'un dipôle le diagramme représentatif de la tension u à ses bornes en fonction de l'intensité i qui le traverse. La relation entre u et i étant une fonction linéaire, la caractéristique est une droite qui passe par l'origine. En convention récepteur, la pente de la droite est positive.

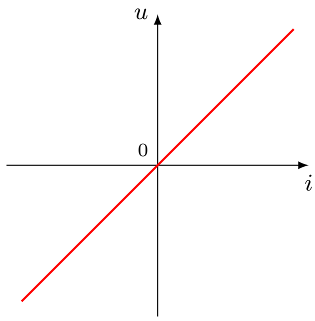


FIGURE 13 – Caractéristique d'un résistor.

2.2.4 L'interrupteur

Un **interrupteur** est un dispositif qui permet d'ouvrir une branche d'un circuit. Si l'interrupteur est fermé, la branche est assimilée à un fil sans résistance : il existe à ses bornes une tension négligeable qu'on assimile à une tension nulle, et il est parcouru par une intensité i *a priori* non nulle.

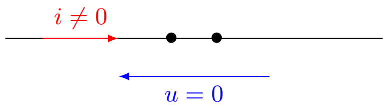


FIGURE 14 – Interrupteur fermé.

Une branche dans laquelle se trouve un interrupteur ouvert n'est parcourue par aucun courant : $i = 0$; en effet, il existe un isolant (l'air) entre les deux bornes de l'interrupteur. C'est comme si la branche n'existait plus (et on peut généralement la supprimer du circuit). Notons que la tension aux bornes d'un interrupteur ouvert n'a aucune raison d'être nulle ; elle ne l'est pas le plus souvent. Si $u \neq 0$, alors la fermeture de l'interrupteur entraine la circulation d'un courant dans la branche.

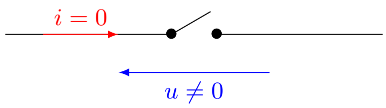


FIGURE 15 – Interrupteur ouvert.

2.2.5 Source idéale de tension

On appelle **source idéale de tension** un dipôle actif qui délivre une tension constante e à ses bornes. La tension e s'appelle la **force électromotrice** (fem). Une source idéale de tension a une polarité : les deux bornes ne sont pas interchangeables. Une des bornes est le pôle $\oplus$ et l'autre le pôle $\ominus$ tels que : $e = V_{\oplus} - V_{\ominus} > 0$.

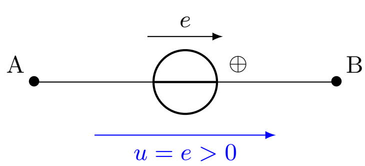
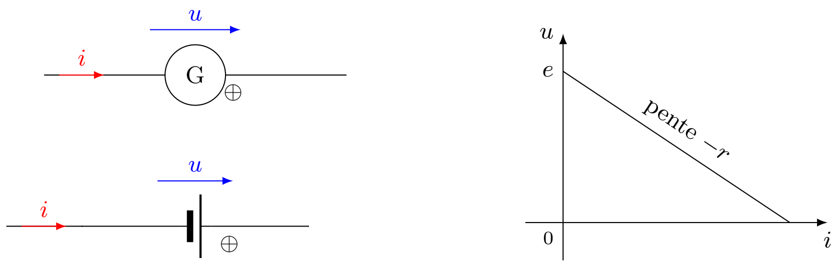


FIGURE 16 – Source idéale de tension.

2.2.6 Générateur de tension réel

Un générateur de tension réel n'impose pas une tension constante, mais une tension qui varie selon l'intensité délivrée. En BCPST, on se limite aux **générateurs de Thévenin**, comme les piles, dont le symbole est indiqué sur la figure 17a.

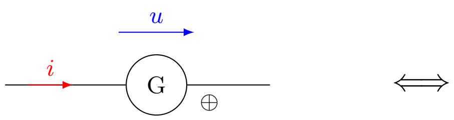


(a) Symbolisation (b) Caractéristique

FIGURE 17 – Symbolisation et caractéristique d'un générateur de Thévenin.

La caractéristique expérimentale d'une pile montre que la tension à ses bornes est de la forme : $u = e - r\,i$, avec r et e deux grandeurs constantes caractéristique du dipôle. Un tel générateur ayant une telle caractéristique est dit « de Thévenin ». Puisque u est une tension, e est homogène à une tension, de même que $r \times i$. La grandeur r est donc homogène à des $\mathrm{V} \cdot \mathrm{A}^{-1}$, autrement dit à des ohms ohm.

Un générateur de Thevenin peut donc être modélisé par l'association en série :
- d'une source idéale de tension de **force électromotrice** e,
- d'un résistor de résistance r, qui constitue sa **résistance interne**.



Il est plus facile d'étudier un circuit en remplaçant un générateur par sa modélisation de Thévenin.

Physiquement la présence d'un terme résistif a pour origine l'existence, dans les générateurs réels, de nombreuses parties qui se comportent effectivement comme des résistances. Par exemple dans une pile, les parties résistives sont principalement due aux jonctions entre les différentes parties : électrodes, pont ou membrane, qui ont une résistivité parfois importante[7]. Par ailleurs, une pile commerciales a une valeur nominale qui est sa tension à vide, inscrite sur l'étiquette. Il s'agit de la tension aux bornes de la pile lorsque celle-ci n'est branchée sur aucun circuit ; elle délivre alors une intensité nulle, soit $u_0 = e - r \times 0 = e$. La tension à vide est donc la force électromotrice.

2.3 Étude de circuits

2.3.1 Lois de Kirchhoff

Les **lois de Kirchhoff** sont les deux lois fondamentales pour l'étude des circuits. Tous les circuits peuvent être étudiés en utilisant exclusivement les lois de Kirchoff et les lois reliant i et u aux bornes des dipôles.

La première loi de Kirchoff est la **loi de nœuds** déjà vue :

À chaque nœud, on peut écrire :

$$\boxed{\sum i_{\text{arrivant}} = \sum i_{\text{partant}}} \qquad (3)$$

7. On reviendra sur ce point lorsqu'on étudiera les piles dans le cours sur l'oxydoréduction.

Notons que cette égalité ne nécessite pas de connaitre le vrai sens de circulation des électrons. Les intensités sont algébriques et peuvent être positives ou négatives.

Une maille est une suite de branches qui se referme sur elle-même, telle celle de la figure 18, qui comporte 4 branches. Commençons par remarquer que la différence de potentiel entre un point et lui-même est nulle : $u_{\mathrm{AA}} = V_{\mathrm{A}} - V_{\mathrm{A}} = 0$. Par ailleurs, sur le circuit de la figure 18, l'additivité des tensions permet d'écrire :

$$u_{\mathrm{AB}} + u_{\mathrm{BC}} + u_{\mathrm{CD}} + u_{\mathrm{DA}} = u_{\mathrm{AA}} = 0$$

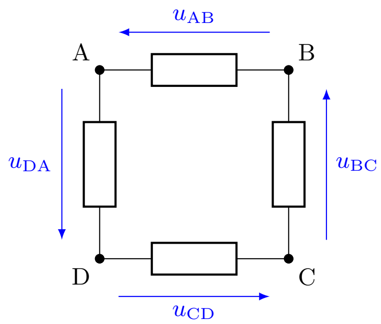


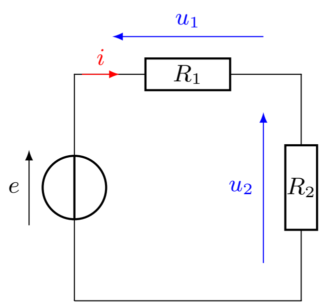
FIGURE 18 – Maille à 4 branches.

Dans le cas où une des tensions, par exemple u_j n'est pas orientée dans le bon sens, il suffit d'utiliser le caractère algébrique de la tension, et de considérer la tension opposée $-u_j$. La loi se généralise facilement à une maille comportant un nombre quelconque de branches. On peut alors énoncer la **loi des mailles** qui constitue la seconde loi de Kirchhoff.

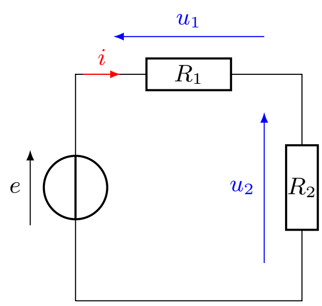
Pour une maille comportant N branches, avec u_k la tension aux bornes de la branche k, si les tensions sont toutes **orientées dans le même sens** :

$$\boxed{\sum_{\text{maille}} u_k = 0} \tag{4}$$

La loi des mailles suffit pour l'étude d'un circuit comportant une seule maille. Par exemple, calculons l'intensité dans le circuit de la figure 19a et la tension aux bornes de R_2, avec $R_1 = 1\,\Omega$, $R_2 = 2\,\Omega$, $e = 10\,\mathrm{V}$.



(a) schéma du circuit



(b) défintion des grandeurs

FIGURE 19 – Étude d'un circuit à une seule maille.

La première chose à faire de façon impérative, est de définir les grandeurs électriques dans le circuit : l'intensité dans chaque branche et la tension aux bornes de chaque dipôle. Par définir une grandeur électrique, on entend la positionner sur le schéma, lui donner un nom et lui attribuer un sens par une flèche clairement représentée, comme sur la figure 19b.

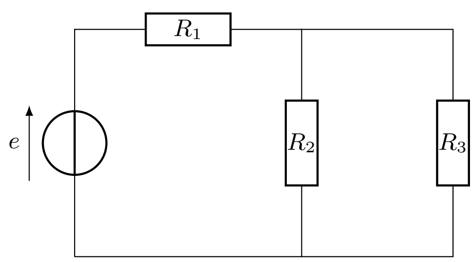
Ce circuit ne comporte aucun nœud ; par conséquent, la seule loi de Kirchhoff utilisable est la loi des nœuds :

$$e - u_1 - u_2 = 0$$

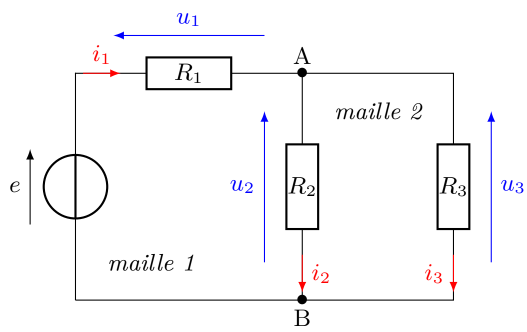
Exprimons u_1 et u_2 avec la loi d'Ohm, sachant qu'on est en convention récepteur au niveau des deux résistors, soit $u_1 = R_1 i$ et $u_2 = R_2 i$:

$$e - R_1 i - R_2 i = 0 \Rightarrow i = \frac{e}{R_1 + R_2} = 3{,}3\,\mathrm{A}$$

Dans le cas d'un circuit à deux mailles, il existe trois branches qui sont parcourues par 3 intensités *a priori* différentes. On souhaite calculer les intensités dans toutes les branches du circuit de la figure 20a, ainsi que la tension aux bornes de chaque résistance, avec $R_1 = 1\,\Omega$, $R_2 = 2\,\Omega$ et $R_3 = 3\,\Omega$ et $e = 10\,\mathrm{V}$.



(a) schéma du circuit



(b) défintion des grandeurs

FIGURE 20 – Étude d'un circuit à deux mailles.

La première chose à faire est de définir les grandeurs électriques, et de nommer les différents nœuds (voire même les différentes mailles). Les inconnues sont au nombre de 6 : i_1, i_2, i_3, u_1, u_2 et u_3. Pour résoudre le problème, il faut disposer de 6 relations différentes entre ces 6 inconnues[8]. Dans un circuit comportant un nœud, il faut toujours écrire la loi des nœuds ; en A, on a :

$$\text{(i)} \quad i_1 = i_2 + i_3$$

Notons que la loi des nœuds en B conduit à la même relation[9]. Appliquons la loi des mailles dans les mailles n°1 et 2 :

$$\text{(ii)} \quad e - u_1 - u_2 = 0$$
$$\text{(iii)} \quad u_3 - u_2 = 0$$

Enfin, il faut utiliser les relations entre tension et intensité au niveau des différents dipôles ; il s'agit ici de la loi d'Ohm appliquée à chaque résistor :

$$\text{(iv)} \quad u_1 = R_1 i_1$$
$$\text{(v)} \quad u_2 = R_2 i_2$$
$$\text{(vi)} \quad u_3 = R_3 i_3$$

Pour ne pas s'égarer, fixons-nous un objectif : par exemple déterminons i_2. Il faut donc utiliser les relations pour exprimer les autres inconnues en fonction de i_2. Il y a différentes façons de mener le calcul. Exprimons i_3 en fonction de i_2 en utilisant (iii), (v) et (vi) :

$$u_3 = u_2 \Rightarrow R_3 i_3 = R_2 i_2 = 0 \Rightarrow i_3 = \frac{R_2}{R_3} \times i_2$$

8. Il s'agit d'un résultat de mathématique : pour déterminer N inconnues, il faut disposer de N équations indépendantes qui les relie ... et les utiliser toutes !

9. D'une façon générale, dans un circuit comportant N nœuds, la lois des nœuds ne mène qu'à $N - 1$ relations indépendantes.

Exprimons i_3 en fonction de i_2 en utilisant (ii), (iv) et (v) :

$$e - u_1 - u_2 = 0 \Rightarrow e - R_1 i_1 - R_2 i_2 = 0 \Rightarrow R_1 i_1 = e - R_2 i_2 \Rightarrow i_1 = \frac{e}{R_1} - \frac{R_2}{R_1} \times i_2$$

Il reste à reporter ces deux expressions dans (i) :

$$\frac{e}{R_1} - \frac{R_2}{R_1} \times i_2 = i_2 + \frac{R_2}{R_3} \times i_2 \Rightarrow \frac{e}{R_1} = i_2 \times \left(1 + \frac{R_2}{R_3} + \frac{R_2}{R_1}\right)$$

On peut multiplier les deux membres par R_1, puis isoler i_2 :

$$e = i_2 \times \left(R_1 + R_2 + \frac{R_1 R_2}{R_3}\right) \Rightarrow i_2 = \frac{e}{R_1 + R_2 + \dfrac{R_1 R_2}{R_3}} = 2{,}7\,\mathrm{A}$$

Toutes les autres grandeurs s'en déduisent les unes après les autres : $u_2 = R_2 i_2 = 5{,}4\,\mathrm{V}$, $u_3 = u_2 = 5{,}4\,\mathrm{V}$, $i_3 = u_3/R_3 = 1{,}8\,\mathrm{A}$, $u_1 = e - u_2 = 4{,}6\,\mathrm{V}$, $i_1 = i_2 + i_3 = 4{,}5\,\mathrm{A}$.

Il est toujours possible de trouver toutes les intensités et toutes les tensions dans un circuit par application de la loi de nœuds et de la loi des mailles, puis de résoudre le système comportant d'équations que d'inconnues. Ce n'est cependant pas la méthode la plus simple.

2.3.2 Association de sources de tension

Lorsque deux sources idéales de tension e_1 et e_2 sont montées en série, on peut les remplacer par une source idéale de tension équivalente. C'est une application de l'additivité des tensions ; en effet, il est facile de voir dans le montage de la figure 21 que $u_{AC} = u_{AB} + u_{BC} = e_1 + e_2$.

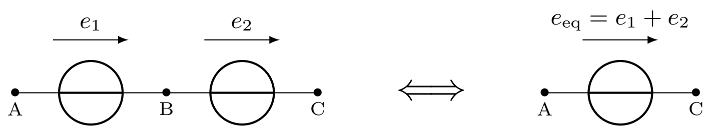
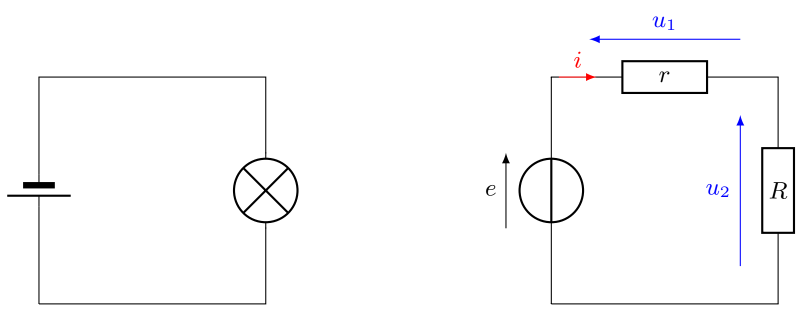


FIGURE 21 – Association de sources idéales de tension.

Calculons l'intensité à travers la lampe, assimilée à une résistance $R = 10\,\Omega$ et alimentée par une pile, modélisée par un générateur de Thévenin de force électromotrice $e = 4{,}5\,\Omega$ et de résistance interne $r = 5\,\Omega$. Le circuit réel est celui de la figure 22a.



(a) circuit réel

(b) représentation équivalente

FIGURE 22 – Circuit avec une lampe alimentée par une pile.

Il est impératif de commencer par récrire le circuit en représentant la pile par son modèle de Thévenin, comme sur la figure 22b. Le circuit est absolument équivalent à celui de la figure 19. La résolution est identique et on obtient une expression analogue :

$$i = \frac{e}{R+r} = \mathrm{A}$$

On veut maintenant calculer l'intensité à travers la lampe, assimilée à une résistance $R = 10\,\Omega$ et alimentée par deux piles identiques, de force électromotrice $e = 4{,}5\,\Omega$ et de résistance interne $r = 5\,\Omega$. En utilisant la représentation de Thévenin des piles, puis en utilisant l'association des sources idéales de tension, on se ramène à un circuit à une seule maille.

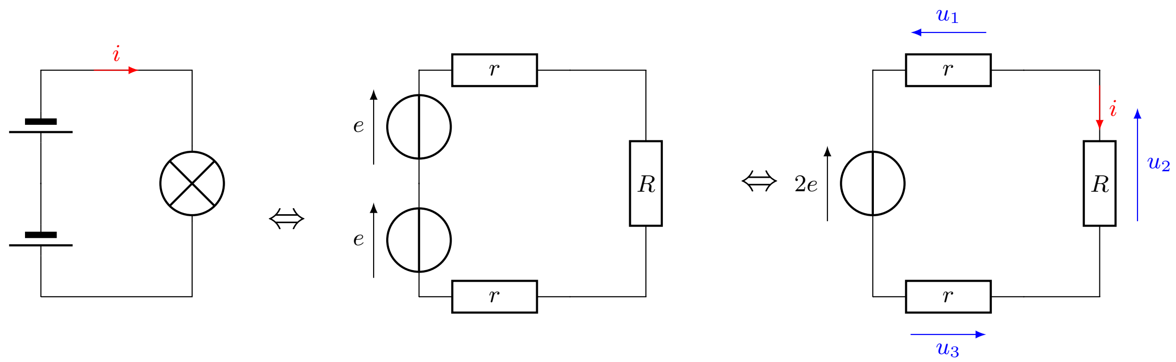


FIGURE 23 – Circuit à deux générateurs et ses représentations équivalentes.

L'application de la loi des mailles, puis l'utilisation de la loi d'Ohm (en convention récepteur pour les trois résistors) s'écrit :

$$2e - u_1 - u_2 - u_3 = 0 \Rightarrow 2e = u_1 + u_2 + u_3 = ri + Ri + ri \Rightarrow i = \frac{2e}{2r+R} = 0{,}45\,\mathrm{A}$$

2.3.3 Association de résistances

Deux dipôles sont associésen **série** s'ils sont dans la même branche et donc **parcourus par la même intensité**. Deux dipôles sont **en parallèle** ou **en dérivation** s'ils sont branchés entre les deux mêmes points et donc **soumis à la même tension**.

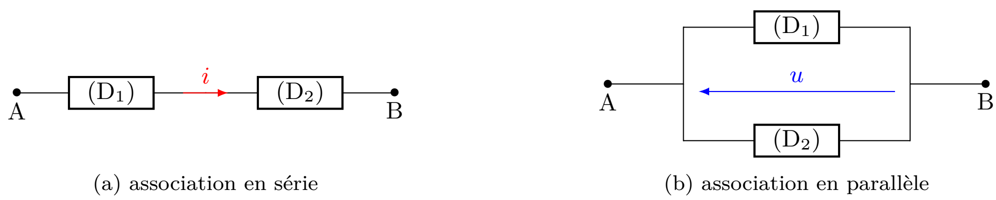
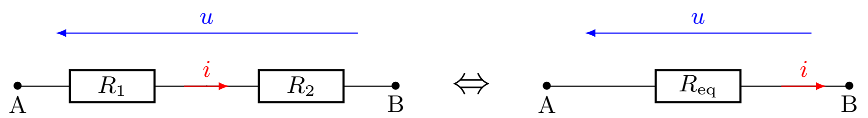


FIGURE 24 – Association de dipôle.

Lorsque les dipôles en question sont des résistors, il est possible d'opérer une simplification du circuit. En effet, on peut montrer que deux résistors en série ou deux résistors en dérivation sont équivalent à un résistor unique.

Deux résistances R_1 et R_2 en série sont équivalentes à une unique résistance telle que :

$$\boxed{R_{eq} = R_1 + R_2 \qquad \text{(en série)}} \tag{5}$$



La relation se généralise à un nombre quelconque de résistances en série :

$$R_{eq} = \sum_{k \text{en série}} R_k$$

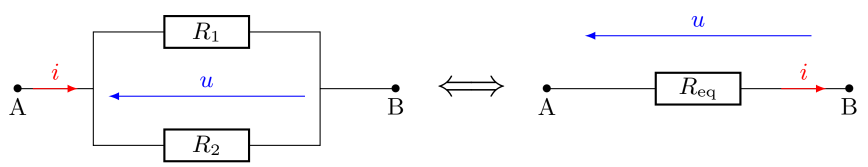
Démonstration. Dans le circuit réel, la tension entre A et B est la somme de deux tensions u_1 et u_2 aux bornes des deux résistances, qui s'expriment chacun à l'aide de la loi d'Ohm :

$$u = u_1 + u_2 = R_1 \times i + R_2 \times i = (R_1 + R_2) \times i$$

Si on pose $R_{eq} = R_1 + R_2$, on constate que la loi d'Ohm s'applique entre A et B : $u = R_{eq}\, i$, comme s'il y avait une unique résistance R_{eq} branchée entre A et B.

Deux résistances R_1 et R_2 en parallèle sont équivalentes à une unique résistance telle que :

$$\boxed{\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \qquad \text{(en parallèle)}}$$



La relation se généralise à un nombre quelconque de résistances en parallèle :

$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{k \text{en parallèle}} \frac{1}{R_k}$$

Démonstration. Dans le circuit réel, l'intensité circulant entre A et B est la somme de deux intensités i_1 et i_2 traversant les deux résistances, qui s'expriment chacun à l'aide de la loi d'Ohm :

$$i = i_1 + i_2 = \frac{u}{R_1} + \frac{u}{R_2} = u \times \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

Si on pose $1/R_{eq} = 1/R_1 + 1/R_2$, on constate que la loi d'Ohm s'applique entre A et B : $i = u/R_{eq}$, comme s'il y avait une unique résistance R_{eq} branchée entre A et B.

Les lois d'association de résistance permettent de simplifier les circuits. La plupart du temps, il est possible de se ramener à un circuit comportante une seule source idéale de tension et une seule résistance. Par exemple, on peut les utiliser pour simplifier le circuit suivant (figure 25), où $R_1 = 10\,\Omega$, $R_2 = 20\,\Omega$, $R_3 = 30\,\Omega$ et $e = 10\,\text{V}$, puis déterminer l'intensité qui circule.

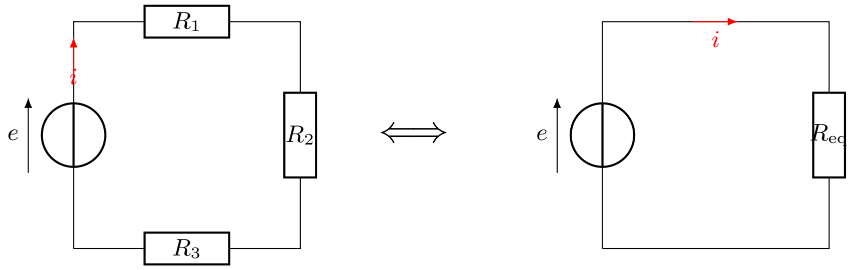


Figure 25 – Utilisation de l'association de résistances en série.

Les trois résistances sont en série et équivalentes à une résistance unique $R_{\text{eq}} = R_1 + R_2 + R_3$. L'intensité i est bien la même dans le circuit réel et dans le circuit équivalent, puisqu'il s'agit dans les deux cas de celle qui sort de la source idéale de tension. La tension aux bornes de la résistante équivalente est e, et la loi d'Ohm permet d'écrire :

$$e = R_{\text{eq}} i \Rightarrow i = \frac{e}{R_{\text{eq}}} = \frac{1}{R_1 + R_2 + R_3} = 0{,}17\,\text{A}$$

Déterminons maintenant l'intensité i dans le circuit de la figure 26, avec $R_1 = 10\,\Omega$, $R_2 = 20\,\Omega$, $R_3 = 30\,\Omega$ et $e = 10\,\text{V}$.

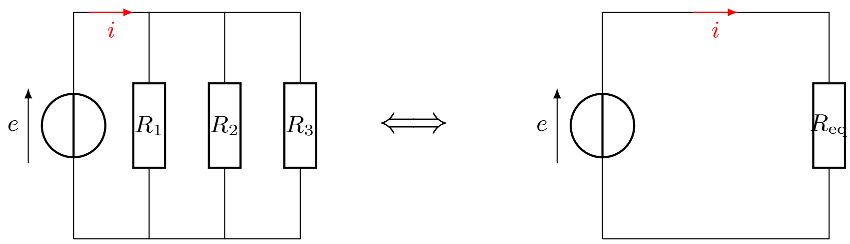


Figure 26 – Utilisation de l'association de résistances en parallèle.

Les trois résistances sont en dérivation et équivalentes à une résistance unique, telle que :

$$\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

L'intensité i est bien la même dans le circuit réel et dans le circuit équivalent, puisqu'il s'agit dans les deux cas de celle qui sort de la source idéale de tension. La tension aux bornes de la résistante équivalente est e, et la loi d'Ohm permet d'écrire :

$$e = R_{\text{eq}} i \Rightarrow i = \frac{e}{R_{\text{eq}}} = e \times \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) = 1{,}8\,\text{A}$$

Les lois d'association peuvent évidemment être utilisées successivement pour simplifier progressivement un circuit. Déterminons l'intensité i dans le circuit de la figure 27. $R_1 = 10\,\Omega$, $R_2 = 20\,\Omega$, $R_3 = 30\,\Omega$, $e = 10\,\text{V}$

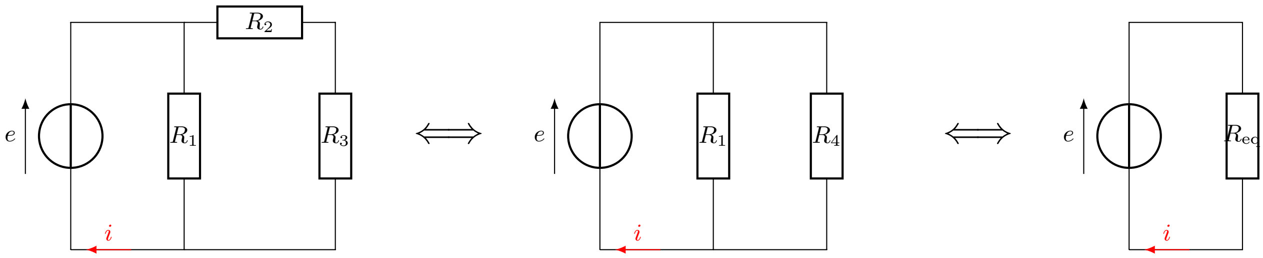


FIGURE 27 – Utilisation des deux lois d'association de résistance

Procédons en deux temps. D'abord, on peut regrouper les résistances R_2 et R_3 qui sont en s'erie et équivalentes à une résistance unique $R_4 = R_2 + R_3$. Les résistances R_1 et R_4 sont en parallèle, et équivalentes à une résistance unique R_{eq} telle que :

$$\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_4} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2 + R_3} \Rightarrow R_{\text{eq}} = \frac{R_1 R_4}{R_1 + R_4} = \frac{R_1\,(R_2 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3}$$

L'intensité i qui sort de la source idéale de tension est alors calculable dans le dernier circuit équivalent :

$$i = \frac{e}{R_{\text{eq}}} = e \times \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2 + R_3}\right)$$

2.3.4 Pont diviseur de tension

Considérons deux résistors en série R_1 et R_2, c'est-à-dire **parcourus par le même courant** i. Soit u la tension aux bornes de l'ensemble. La tension u_1 aux bornes de R_1 est alors une fraction de la tension totale u, et il en est de même de la tension u_2 aux bornes de R_2. Écrivons la loi d'Ohm aux bornes de R_1 et aux bornes de l'ensemble des deux résistances en série :

$$\begin{aligned} u_1 &= R_1\, i \\ u &= u_1 + u_2 = R_1\, i + R_2\, i = (R_1 + R_2)\, i \end{aligned}$$

En effectuant le rapport membre à membre de ces deux relations, on obtient la formule du **diviseur de tension** :

$$\boxed{\frac{u_1}{u} = \frac{R_1}{R_1 + R_2}} \qquad (6)$$

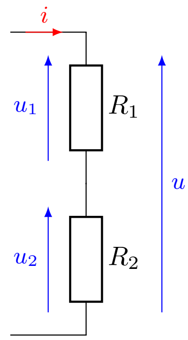
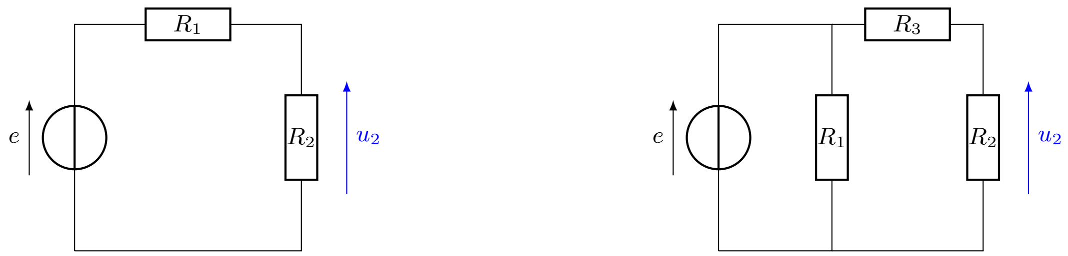


FIGURE 28 – Diviseur de tension.

Lorsque deux résistances sont en série, c'est-à-dire parcourues par la même intensité, la tension aux bornes de l'une d'elles est une fraction de la tension aux bornes de l'ensemble. Il est fréquent d'avoir une partie d'un circuit qui soit un diviseur de tension ; il est alors très rapide de parvenir au résultat en utilisant la formule précédente.

Déterminer u_2 dans les circuits de la figure 29, avec $R_1 = 10\,\Omega$, $R_2 = 20\,\Omega$, $R_3 = 30\,\Omega$ et $e = 10\,\text{V}$. Dans le premier circuit (figure 29a), l'ensemble des deux résistances en série R_1 et R_2 est soumis à la tension e. On cherche la tension aux bornes de l'une d'elle, soit :

$$u_2 = e \times \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 7{,}7\,\text{V}$$



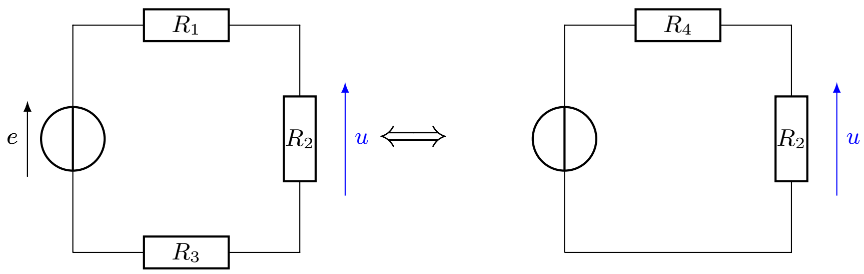
(a) circuit à une maille (b) circuit à deux mailles

FIGURE 29 – Utilisation du diviseur de tension.

Dans le second circuit, l'ensemble des deux résistances R_2 et R_3 en série est soumis à la tension e, puisque cet ensemble est branché aux bornes de la source idéale de tension. On a donc :

$$u_2 = e \times \frac{R_2}{R_3 + R_2} = 4\,\mathrm{V}$$

Le pont diviseur de tension peut bien entendu être utilisé après simplification du circuit à l'aide des lois d'association des résistances. Déterminons u dans le circuit suivant, avec $R_1 = 10\,\Omega$, $R_2 = 20\,\Omega$, $R_3 = 30\,\Omega$ et $e = 10\,\mathrm{V}$.



Dans ce circuit, les résistances R_1 et R_3 sont en série et peuvent être associées en une résistance équivalente $R_4 = R_1 + R_3$. Les résistances R_4 et R_2 étant en série et soumises à la tension totale e, on peut appliquer le diviseur de tension :

$$u_2 = e \times \frac{R_2}{R_4 + R_2} = e \times \frac{R_2}{R_1 + R_3 + R_2} = 3{,}3\,\mathrm{V}$$

Dans le circuit suivant, où $R_1 = 10\,\Omega$, $R_2 = R_3 = R_4 = 20\,\Omega$ et $e = 10\,\mathrm{V}$, on cherche la tension u. Les deux résistances R_4 et R_3 sont en parallèle et soumises à la tension u ; on peut les regrouper en une résistance équivalente R_{eq}, telle que :

$$\frac{1}{R_5} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \Rightarrow R_5 = \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} = 10\,\Omega$$

D'autre part, les résistances R_1 et R_2 sont en série, et équivalentes à une résistance $R_6 = R_1 + R_2 = 30\,\Omega$. On obtient alors un circuit à une seule maille, où la tension u cherchée se trouve aux bornes de R_5.

Par application du diviseur de tension, on a donc :

$$u = e \times \frac{R_5}{R_5 + R_6} = 2{,}5\,\mathrm{V}$$

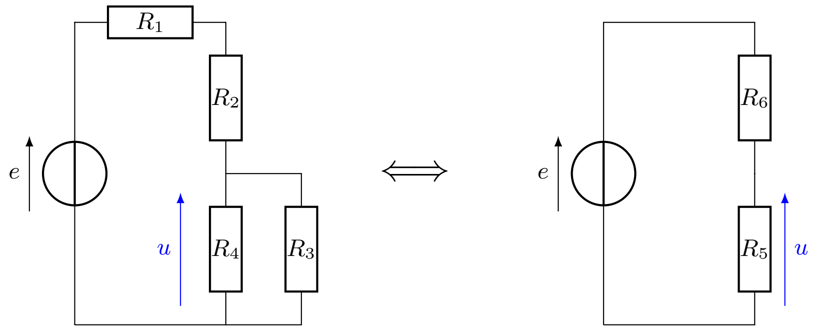


FIGURE 30 – Utilisation des lois d'assocation et du diviseur de tension.

2.4 Quelques bonnes habitudes pour la résolution des exercices

Quelques bonnes habitudes peuvent éviter de grosses erreurs dans la résolution d'un exercice d'électricité. Dans la plupart des situations, la résolution du problème se fait en 4 étapes.

Première étape : **identifier les grandeurs connues**

Les autres sont évidemment inconnues. Même si ce n'est pas obligatoirement le cas, dans de nombreux exercices, les dipôles sont connus (sources de tension, résistors, etc), alors que les tensions et les intensités sont inconnues. La réponse à la question posée ne doit naturellement faire intervenir que des grandeurs connues !

Deuxième étape : **définir les grandeurs pertinentes**

Il faut impérativement prendre le temps de refaire le schéma du circuit, et d'y préciser toutes les variables utiles.

- Donner un nom à chaque nœud (A, B, etc).
- Définir la tension aux bornes de chaque dipôle : tracer la flèche (qui définit son sens) et lui donner un nom (u_1, u_2, etc). Si deux dipôles sont entre les deux mêmes nœuds, la tension à leurs bornes est la même, et cela permet de définir moins d'inconnues.
- Définir l'intensité dans chaque branche : tracer la flèche (qui définit son sens) et lui donner un nom. Tant qu'il n'y a pas de nœud, l'intensité reste la même dans toute la branche.

Troisième étape : **simplifier le circuit sans perdre la grandeur cherchée**

en utilisant les lois d'association de résistances et les équivalences Thévenin-Norton. Si la grandeur cherchée est une tension, les deux points M et N entre lesquels elle est mesurée ne doivent jamais disparaitre ; si la grandeur est une intensité, la branche MN dans laquelle elle circule ne doit jamais disparaitre.

- Identifier la grandeur cherchée et identifier les deux points M et N.
- Simplifier le circuit sans jamais faire disparaitre les points M et N ; indiquer explicitement ces points sur tous les circuits équivalents successifs.

Quatrième étape : **utiliser les lois de l'électrocinétique**

en considérant le circuit équivalent, mais aussi le circuit initial.
- Au niveau de chaque dipôle passif, appliquer la relation entre intensité et tension en prenant garde au signe.
- Le raisonnement peut faire intervenir le circuit initial et tous les circuits équivalents successifs qui ont été définis. Une grandeur calculée sur le circuit équivalent est connue dans le circuit initial, à condition que ce soit bien la même grandeur !

3 Énergie et puissance dans les circuits électriques

3.1 Dipôles passifs et dipôles actifs

Commençons par préciser que la mise en mouvement des électrons dans un circuit ne peut se faire de façon spontanée et gratuite. Comme pour tout autre système, le mouvement n'existe que s'il y a d'une façon ou d'une autre un apport d'énergie.

Les **dipôles actifs** fournissent de l'énergie électrique au circuit. Il s'agit des piles, batteries, générateurs à basse et haute fréquence, etc. Traversés par une intensité nulle, il existe une tension non nulle à leurs bornes, comme dans le cas d'une pile de 4,5 V, qui a une tension de 4,5 V entre ses deux bornes, même si aucun circuit ne les relie.

Les **dipôles passifs**, en revanche, sont des **récepteurs d'énergie** : lorsqu'ils sont parcourus par un courant, de l'énergie électrique leur est transférée par le reste du circuit. Il s'agit des résistors, des condensateurs, des bobines, des diodes, etc. Un dipôle passif ne peut pas être à l'origine d'un courant électrique dans un circuit. S'il est traversé par une intensité nulle, la tension à ses bornes est nulle : sa caractéristique passe par l'origine.

Certains dipôles peuvent se comporter soit comme des dipôles passifs soit comme des dipôles actifs, selon le circuit. Par exemple, une batterie fournit de l'énergie lors de sa décharge (générateur), mais en reçoit lors de sa charge (récepteur). Un condensateur ou une bobine peut aussi recevoir ou délivrer de l'énergie, selon qu'il est en charge ou en décharge. Certains dipôles passifs (résistors, diodes) ne se comportent jamais comme des générateurs.

3.2 Travail électrique, puissance électrique

L'**énergie électrique** reçue par un dipôle est notée W. Cette notation correspond conventionnellement à une forme d'énergie qui est facilement utilisable par l'opérateur et qu'on appelle un travail [10]. L'énergie reçue est une **grandeur algébrique** exprimée en **joule** J :
- si le dipôle reçoit réellement de l'énergie, alors $W_{\text{reçu}} > 0$,
- si le dipôle fournit en fait de l'énergie, alors $W_{\text{reçu}} < 0$.

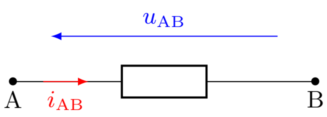
La **puissance** est l'énergie reçue par unité de temps ; elle s'exprime en **watt** W, avec $1\,\text{W} = 1\,\text{J}\cdot\text{s}^{-1}$. Si un dipôle reçoit une petite quantité d'énergie $\delta W_{\text{reçu}}$ pendant l'intervalle de temps infinitésimal compris entre t et $t + \mathrm{d}t$ (avec $\mathrm{d}t$ très petit), alors la puissance reçue à cet instant est :

$$\boxed{\mathcal{P}_{\text{reçue}} = \delta W_{\text{reçu}} / \,\mathrm{d}t} \tag{7}$$

L'énergie et la puissance sont des grandeurs bien distinctes qui ne mesurent pas du tout la même chose. Il est en effet très différent de dépenser une certaine énergie en 1 s ou en 1 h.

10. Le travail s'oppose au transfert thermique, qui est une forme d'énergie difficilement utilisable. On reviendra sur ces deux formes de transfert d'énergie dans le cours de thermodynamique.

On admet que la puissance électrique reçue par un dipôle traversé par l'intensité i_{AB} et soumis à la tension u_{AB} (en convention récepteur) est :



$$\boxed{\mathcal{P}_{\text{reçue}} = \frac{\delta W_{\text{reçu}}}{\mathrm{d}t} = u_{\mathrm{AB}} \times i_{\mathrm{AB}}} \qquad (8)$$

3.3 Puissance des sources et des résistors

3.3.1 Puissance fournie par une source

Le rôle d'une source est usuellement de fournir de l'énergie. Pour calculer la puissance fournie par la source, il faut commencer par calculer la puissance reçue en utilisant la formule précédente. Prenons le cas du circuit ci-contre (figure 31), avec $e = 10\,\mathrm{V}$ et $R = 10\,\Omega$.

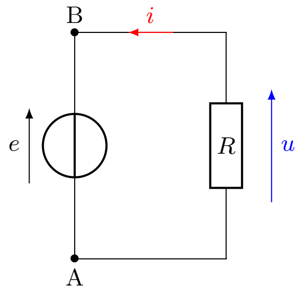


FIGURE 31 – Puissance fournie.

Il faut commencer par calculer l'intensité qui circule, qu'on choisit d'orienter en sens oppposé de e de sorte qu'on soit en convention récepteur au niveau de la source. On a $e = u$ et d'après la loi d'Ohm, $u = -Ri$ car on est en convention générateur au niveau de la résistance. Alors : $i = -u/R = -e/R$. Appliquons maintenant la formule de la puissance reçue par la source traversée par l'intensité i et ayant la tension e à ses bornes :

$$\mathcal{P}_{\text{reçue}} = e \times i = -\frac{e^2}{R}$$

Cette puissance est négative, ce qui signifie qu'en réalité la source fournit de l'énergie au reste du circuit. La puissance fournie est :

$$\mathcal{P}_{\text{fournie}} = -\mathcal{P}_{\text{reçue}} = \frac{e^2}{R} = 10\,\mathrm{W}$$

3.3.2 Puissance dissipée par un résistor

Un résistor est un dipôle passif qui reçoit de l'énergie et la convertit intégralement en énergie thermique et/ou en énergie lumineuse. Cette propriété est appelé l'effet Joule. C'est la raison pour laquelle la plupart des appareils électriques chauffent lorsqu'ils sont en marche : toutes les parties résistives convertissent l'énergie électrique en énergie thermique. Dans certains cas, c'est l'effet recherché : radiateur électrique, plaque de cuisson.

Un résistor de résistance R soumis à la tension u et parcouru par une intensité i reçoit une puissance électrique (puissance Joule) :

$$\boxed{\mathcal{P}_{\text{reçue}} = R \times i^2 = \frac{u^2}{R}} \qquad (9)$$

et la **dissipe intégralement sous forme de chaleur ou de lumière (effet Joule)**.

Démonstration. Au niveau d'un résistor soumis à la tension u et parcouru par une intensité i orientées en convention récepteur, on a $u = Ri$ d'après la loi d'Ohm, soit $i = u/R$. La puissance reçue par le dipôle est :

$$\mathcal{P}_{\text{reçue}} = u \times i = R\,i \times i = R \times i^2$$

Elle peut aussi s'écrire :

$$\mathcal{P}_{\text{reçue}} = u \times i = u \times \frac{u}{R} = \frac{u^2}{R}$$

Notons que, du fait du carré (i^2 ou u^2), la puissance reçue par un résistor est nécessairement positive, quel que soit le signe de i ou u. Un résistor est donc toujours un dipôle passif.

À titre d'exemple, calculons la puissance reçue par le résistor dans le circuit de la figure 32, avec $e = 10\,\text{V}$ et $R = 10\,\Omega$.

Il est pertinent de s'interroger sur la grandeur u ou i qui est la plus facilement accessible pour calculer la puissance Joule. Ici, il est évident que la résistance est soumise à la tension e. Par conséquent, la puissace qu'elle reçoit est :

$$\mathcal{P}_{\text{reçue}} = \frac{e^2}{R} = 10\,\text{W}$$

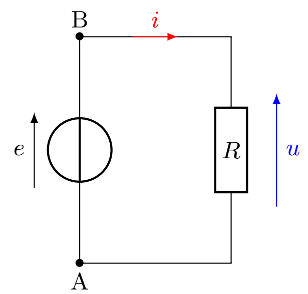
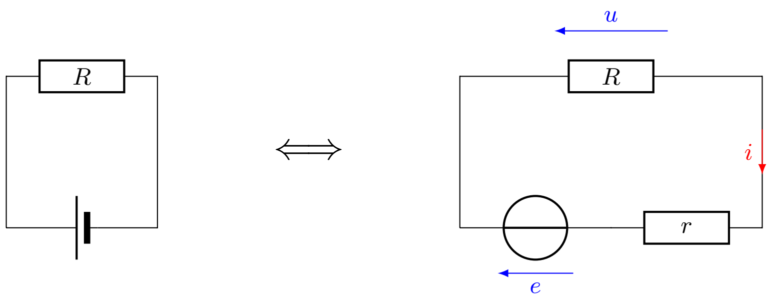


FIGURE 32 – Puissance Joule.

Les circuits des figures 31 et 32 sont identiques, et on constate que la puissance reçue par la résistance est égale à la puissance fournie par la source, ce qui est une illustration du principe de conservation de l'énergie.

Calculer la puissance reçue par le résistor de résistance $R = 100\,\Omega$ alimenté par un générateur de force électromotrice $e = 5\,\text{V}$ et de résistance interne $5\,\Omega$.



Il faut, comme toujours, commencer par récrire le cicuit avec la représentation de Thévenin du générateur. On identifie alors facilement un pont diviseur de tension, qui permet d'obtenir :

$$u = \frac{R}{R+r} \times e$$

On en déduit la puissance reçue par la résistance R :

$$\mathcal{P}_{R\,\text{reçue}} = \frac{u^2}{R} = \frac{R\,e^2}{(R+r)^2} = 0{,}227\,\text{W}$$

Calculons maintenant le rendement du circuit défini comme le rapport de la puissance reçue par le résistor à la puissance fournie par la source. Pour cela, il faut déterminer la puissance reçue par la source. Comme e et i sont orientées dans le même sens, on est en convention générateur et $\mathcal{P}_{e\,\text{reçue}} = -e \times i$. Par ailleurs, d'après la loi d'Ohm :

$$i = \frac{u}{R} = \frac{e}{R+r}$$

On en déduit :

$$\mathcal{P}_{e\,\text{reçue}} = -e \times \frac{e}{R+r} = -\frac{e^2}{R+r} \Rightarrow \mathcal{P}_{e\,\text{fournie}} = \frac{e^2}{R+r} = 0{,}238\,\text{W}$$

Le rendement du circuit est donc :

$$\frac{\mathcal{P}_{R\,\text{reçue}}}{\mathcal{P}_{e\,\text{fournie}}} = \frac{R\,e^2}{(R+r)^2} \times \frac{R+r}{e^2} = \frac{R}{R+r} = 0,95 = 95\%$$

Le résistor R reçoit donc 95% de l'énergie fournie par le générateur. Les 5% restant sont dissipés dans r, autrement dit dans les parties résistives du générateur lui-même. L'existence d'une résistance interne dans les générateurs entraine l'impossibilité pour le circuit de recevoir la totalité de l'énergie fournie.

3.4 Énergie reçue un dipôle

La puissance étant l'énergie reçue par unité de temps, l'énergie est obtenue en multipliant la puissance par la durée de fonctionnement. Il faut distinguer deux cas :
- le cas particulier du régime stationnaire, c'est-à-dire tel que les grandeurs électriques restent constantes au cours du temps,
- le cas général du régime variable, au cours duquel les grandeurs électriques varient au cours du temps.

En régime stationnaire, un dipôle qui reçoit la puissance constante $\mathcal{P}_{\text{reçue}}$ pendant une durée Δt reçoit une énergie :

$$W_{\text{reçu}} = \mathcal{P}_{\text{reçue}} \times \Delta t$$

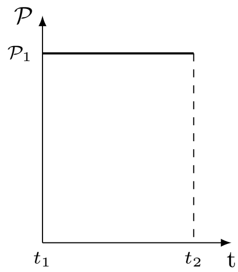
Par exemple, l'énergie consommée par un radiateur de 1 kW pendant 1 h est $W_{\text{reçu}} = 1 \cdot 10^3 \times 3600 = 3{,}6 \cdot 10^6\,\text{J} = 3{,}6\,\text{MJ}$.

Notons que les fournisseurs d'électricité libellent leurs factures en kilowatt-heure $\text{kW} \cdot \text{h}$. Cette unité correspond à une puissance multipliée par un temps, et est donc une énergie, et plus précisément l'énergie consommée par un appareil qui reçoit une puissance de 1 kW et qu'on fait fonctionner pendant 1 h. On est ramené au cas précédent, et on peut donc faire la conversion :

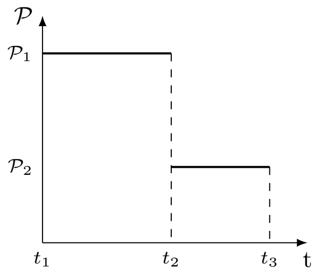
$$1\,\text{kW} \cdot \text{h} = 1 \cdot 10^3 \times 3600 = 3{,}6 \cdot 10^6\,\text{J} = 3{,}6\,\text{MJ}$$

En régime variable, le calcul de l'énergie est plus compliqué, car la puissance varie au cours du temps : elle n'est pas la même à tous les instants du fonctionnement.

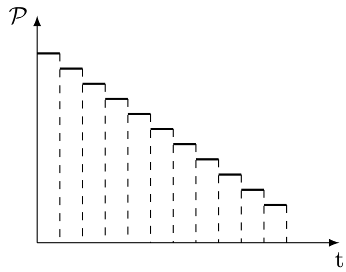
On cherche à calculer l'énergie reçue un dipôle dont la puissance reçue varie au cours du temps dans les trois cas suivants.



(a) cas 1



(b) cas 2



(c) cas 3

FIGURE 33 – Détermination de l'énergie pour des puissances constantes par morceaux.

Dans le premier cas (figure 33a), la puissance est constante, et l'énergie reçue est $\mathcal{P}_1 \times (t_2 - t_1)$. Graphiquement, il s'agit de l'aire du rectangle sous la courbe donnant $\mathcal{P}_1$ en fonction de t. Dans le second cas (figure 33b), la puissance n'est pas constante entre t_1 et t_3, mais elle l'est sur deux intervalles de temps successifs ; la puissance reçue est $\mathcal{P}_1$ entre t_1 et t_2, puis $\mathcal{P}_2$ entre t_2 et t_3. L'énergie reçue est : $\mathcal{P}_1 \times (t_2 - t_1) + \mathcal{P}_2 \times (t_3 - t_2)$. Ceci correspond à la somme des aires des deux rectangles sous la courbe donnant $\mathcal{P}$ en fonction de t.

Le cas n°3 de la figure 33c est une généralisation du cas précédent. Il est évident que l'énergie reçue est la somme des aires de tous les petits rectangles apparaissant sous la courbe donnant $\mathcal{P}$ en fonction de t.

En définitive, et de façon tout-à-fait générale, l'énergie reçue par un dipôle entre t_1 et t_2 est l'aire sous la courbe donnant $\mathcal{P}$ en fonction de t entre ces deux dates. Mathématiquement, l'aire sous la courbe est donnée par l'intégrale de la fonction $\mathcal{P}_{(t)}$. En définitive, un dipôle qui reçoit une puissance variable au cours du temps $\mathcal{P}_{(t)}$ entre la date t_1 et la date t_2 reçoit sur cet intervalle de temps une énergie :

$$\boxed{W_{\text{reçu}} = \int_{t_1}^{t_2} \mathcal{P}_{(t)}\ \mathrm{d}t} \tag{10}$$

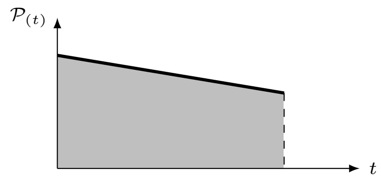


FIGURE 34 – Énergie reçue.

Le cas de la puissance variable au cours du temps sera utilisé au second semestre.