
Programme de colles 3

Semaine du 07/10

Questions de cours

En plus d'une des démonstrations suivantes, on posera à chaque élève trois formules de trigonométrie à savoir réciter sans hésitation parmi les suivantes :

Formules de parité et de symétrie ($\cos(-x)$, $\sin(-x)$, $\cos(\pi - x)$, $\sin(\pi - x)$, $\cos(\pi + x)$, $\sin(\pi + x)$, $\cos(\frac{\pi}{2} - x)$, $\sin(\frac{\pi}{2} - x)$, ...), formules d'addition et de duplication, valeurs des cosinus, sinus et des tangentes des angles remarquables (liste non exhaustive : $\cos(\frac{\pi}{4})$, $\sin(\frac{\pi}{6})$, $\tan(\frac{\pi}{3})$, ...).

Applications

1. $f(A \cap B) \subset f(A) \cap f(B)$. Donner un contre-exemple pour l'inclusion réciproque.
2. Si $g \circ f$ est injective, alors f est injective.
3. Si f et g sont surjectives, alors $g \circ f$ est surjective.

Dénombrement

1. Il existe une surjection $f : \llbracket 1, n \rrbracket \rightarrow \llbracket 1, p \rrbracket$ si et seulement si $n \geq p$.
2. $\text{Card}(A \cup B) = \text{Card}(A) + \text{Card}(B) - \text{Card}(A \cap B)$.
3. Il existe une injection $f : E \rightarrow F$ si et seulement si $\text{Card}(E) \leq \text{Card}(F)$.
4. Si $\text{Card}(E) = \text{Card}(F)$ et si $f : E \rightarrow F$ est injective, alors f est bijective.
5. Nombre de p -uplets sans répétition d'éléments d'un ensemble de cardinal n .
6. Relation de Pascal.
7. Formule du binôme de Newton.

Exercices

Applications

Détermination de l'injectivité, de la surjectivité ou de la bijectivité d'applications. Recherche de la bijection réciproque le cas échéant.

Dénombrement

Exercices concrets de dénombrement faisant manipuler des cardinaux classiques (produit cartésien, union, nombre d'applications entre ensembles finis, uplets, coefficients binomiaux, etc.). Calculs de sommes faisant intervenir la formule du binôme de Newton.