

## 2 – PROPAGATION D'UN SIGNAL

POUVOIR TRANSMETTRE DE L'INFORMATION est fondamental pour créer et faire fonctionner des systèmes complexes. Créer un organisme multicellulaire à partir d'une cellule unique nécessite la transmission d'information entre les cellules en formation, afin que certaines évoluent pour former un organe particulier : certaines deviennent des neurones et d'autres des cellules cardiaques, certaines migrent dans des directions particulières pour former des membres, alors que d'autres se spécialisent en cellules rénales, etc. Ceci est régi par un ensemble très élaboré, et encore imparfaitement élucidé, de signaux chimiques : lors du développement de l'embryon, des variations spatiales de la concentration de certaines substances sont à l'origine de l'évolution différentes des cellules. À une échelle complètement différente, les sociétés humaines ne sont possibles que grâce à des échanges d'information entre leurs membres, de la parole (information sonore) à l'échange de courriers électroniques (information électrique). La théorie de l'information, qui étudie la façon dont les informations peuvent être échangées et les limites de ces échanges, doit beaucoup à deux scientifiques. Joseph FOURIER d'une part, a montré au 19<sup>e</sup> siècle que tout signal périodique peut être envisagé comme une somme de sinusoides, ce qui a permis l'émergence de toute l'analyse des signaux. La théorie moderne de l'information est principalement due à Claude SHANNON, qui a énoncé un théorème qui porte son nom sur la quantité d'information pouvant être transmise par un signal.



source : site du MIT

Joseph FOURIER (1768 - 1830)  
mathématicien et physicien français



[http://www.flickr.com/photos/home\\_of\\_chaos/7609870922](http://www.flickr.com/photos/home_of_chaos/7609870922)

Claude SHANNON (1916 - 2001)  
ingénieur et mathématicien américain

## Plan du chapitre

<b>1 Généralités</b>	<b>3</b>
1.1 Qu'est-ce qu'un signal ?	3
1.2 Acquisition d'un signal	3
1.3 Signaux périodiques	4
<b>2 Propagation d'un signal</b>	<b>5</b>
2.1 Mise en évidence	5
2.2 Différents types d'onde	6
2.3 Transparence ; atténuation	9
2.4 Célérité	10
2.5 Retard temporel	12
2.6 Ondes progressives sinusoïdales	13

Programme officiel – Premier semestre – **Thème S – ondes et signaux**

NOTIONS	CAPACITÉS EXIGIBLES
<b>S.1 Propagation d'un signal physique</b> <b>Signaux physiques.</b> Exemples de signaux physiques.	Identifier les grandeurs physiques correspondant à des signaux mécaniques, acoustiques, électriques et sismiques.
<b>Propagation d'un signal dans un milieu homogène, illimité, non dispersif et transparent</b> Célérité.  Retard temporel.  Approche descriptive de la propagation d'un signal unidimensionnel.  Cas particulier du signal sinusoïdal : amplitude, double périodicité spatiale et temporelle.	Obtenir l'expression de la célérité par analyse dimensionnelle à partir de grandeurs physiques fournies. Interpréter l'influence de ces grandeurs physiques sur la célérité. Citer des valeurs de la célérité du son dans l'air et dans l'eau dans les conditions usuelles.  Exploiter la relation entre la distance parcourue par le signal, le retard temporel et la célérité. Exploiter des données pour localiser l'épicentre d'un séisme.  Exploiter une représentation graphique donnant l'amplitude du signal en fonction du temps en un point donné, ou en fonction de la position à un instant donné.  Exploiter la relation entre la période ou la fréquence, la longueur d'onde et la célérité. Citer les limites en termes de fréquences du spectre audible par l'être humain. <b>Mesurer la célérité d'un phénomène ondulatoire.</b>

L'auteur du présent document vous autorise à le partager, reproduire, distribuer et communiquer selon les conditions suivantes :



- BY** Vous devez le citer en l'attribuant de la manière indiquée par l'auteur (mais pas d'une manière qui suggérerait qu'il approuve votre utilisation de l'œuvre).
- NC** Vous n'avez pas le droit d'utiliser ce document à des fins commerciales.
- SA** Vous avez le droit de le modifier, de le transformer ou de l'adapter, sous les mêmes conditions de partage et d'utilisation que le présent document.

Consulter la licence creative commons complète en français :  
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/deed.fr>

# 1 Généralités

## 1.1 Qu'est-ce qu'un signal ?

On entend par signal physique une grandeur dont on peut suivre l'évolution, le plus souvent au cours du temps. Ces signaux sont très divers :

- signaux électriques (tension ou courant), par exemple dans l'influx nerveux ;
- signaux optiques (intensité lumineuse) qui est à la base de phénomène de la vision ;
- signaux mécaniques (position, pression), telle la position de l'extrémité d'un ressort en mouvement dans un sismographe, ou la surpression détectée par l'oreille à l'origine des signaux sonores ;
- signaux thermiques (température) ;
- signaux chimiques (concentration d'une espèce chimique), à la base de la régulation hormonale ou de la communication entre êtres vivants.

Du fait de leurs natures très variées, les signaux physiques sont évidemment modélisés par des grandeurs elles-mêmes très différentes ; cependant, les équations qui les décrivent ont des caractéristiques communes, qu'on va mettre en évidence qualitativement dans ce chapitre.

Ce qui fait d'une grandeur un signal physique est sa capacité à **transmettre de l'information** à celui qui capte ce signal. C'est évident si on considère les signaux optiques ou acoustiques, que nous utilisons en permanence. Il en est de même de l'odorat, qui est la reconnaissance d'un signal chimique : des récepteurs spécialisés dans le nez sont sensibles à la concentration de certaines molécules. Enfin, les signaux électriques ou optiques sont la base des systèmes de communication actuels.

La figure suivante est l'enregistrement d'un signal électrique : la tension entre l'intérieur et l'extérieur d'un neurone, après excitation de celui-ci (figure 1<sup>1</sup>). L'évolution temporelle de la tension mesurée est bien le support d'une information.

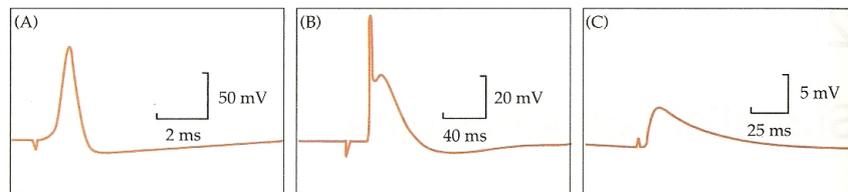


FIGURE 1 – exemples de signaux neuronaux.

## 1.2 Acquisition d'un signal

L'étude d'un signal requiert de pouvoir mesurer sa valeur à des instants successifs. La plupart du temps, cette mesure convertit le signal étudié en un signal électrique ayant les mêmes caractéristiques. Il s'agit d'un aspect purement pratique : un signal électrique peut facilement être enregistré par un appareil, traité par un ordinateur ou stocké dans une mémoire. L'enregistrement d'un signal nécessite donc la présence d'un transducteur qui détecte la grandeur physique étudiée et le convertit en un signal électrique.

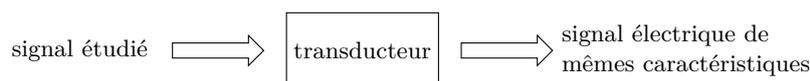


FIGURE 2 – Principe d'un transducteur.

Les transducteurs sont aussi divers en conception que les signaux à détecter. Un microphone consiste en une membrane qui vibre sous l'effet du son, et qui transmet une tension électrique qui oscille selon les mêmes caractéristiques ; c'est un dispositif purement physique. L'œil détecte des photons grâce à une molécule spécialisée

1. Extrait de Z.H. Hall, *Introduction à la neurobiologie moléculaire*, Flammarion, 1994.

et envoie au cerveau un signal électrique sous forme d'influx nerveux ; c'est un dispositif qui intègre des aspects physiques et chimiques.

Les transducteurs peuvent aussi convertir un signal électrique en un signal d'une autre nature mais ayant les mêmes caractéristiques ; par exemple, un microphone peut servir de haut-parleur.

## 1.3 Signaux périodiques

### 1.3.1 Définition

Considérons les signaux neuronaux représentés sur la figure 3. Ils n'ont pas la même allure que ceux de la figure 1 : on constate que le signal se répète identique à lui-même à intervalles de temps réguliers. Un tel signal est dit périodique.

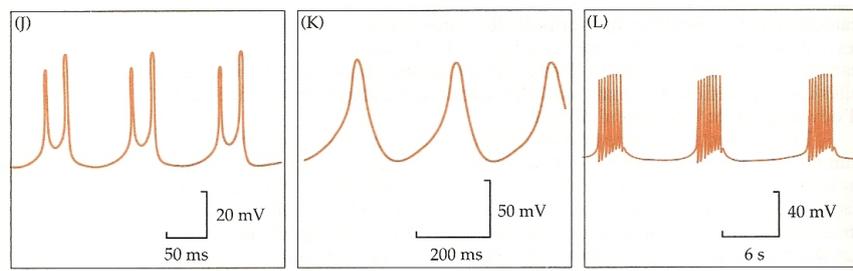


FIGURE 3 – Exemples de signaux neuronaux périodiques.

Un signal est périodique lorsqu'il se répète identiquement à intervalles de temps réguliers. Il est caractérisé par :

- sa **période**  $T$  qui est l'intervalle de temps séparant deux parties identiques consécutives du signal, et qui s'exprime en secondes,
- sa **fréquence**  $f$ <sup>2</sup> qui est le nombre de fois que le signal se répète identiquement par unité de temps, et qui s'exprime en hertz, avec :

$$f = \frac{1}{T} \quad \text{avec} \quad 1 \text{ Hz} = 1 \text{ s}^{-1} \quad (1)$$

### 1.3.2 Cas particulier d'un signal sinusoïdal

Le signal périodique le plus simple est sinusoïdal, c'est-à-dire qu'il répond à l'équation :

$$X(t) = X_0 \times \cos(\omega t + \varphi) \quad (2)$$

Le terme  $X_0$  est l'**amplitude** du signal. Celui-ci est borné, toujours compris entre  $X_0$  et  $-X_0$ , soit :  $-X_0 \leq X(t) \leq +X_0$  à tout instant. L'intervalle entre la plus grande et la plus petite valeur prise par  $X$  est appelée la **valeur crête à crête** ; celle-ci vaut évidemment  $2X_0$ .

En pratique, il est souvent plus précis de mesurer la valeur crête-à-crête que l'amplitude. En effet, mesurer l'amplitude nécessite que la courbe soit « bien centrée » par rapport à l'axe horizontal, ce qui n'est pas toujours facile à réaliser. En revanche, la valeur crête-à-crête est toujours facilement mesurable.

Notons par ailleurs que certains appareils mesurent non pas l'amplitude du signal, mais sa valeur efficace qui est :  $X = X_m/\sqrt{2}$ . C'est le cas par exemple d'un multimètre lorsqu'il mesure une tension sinusoïdale.

2. La fréquence est parfois notée de la lettre grecque  $\nu$ , prononcée « nu ».

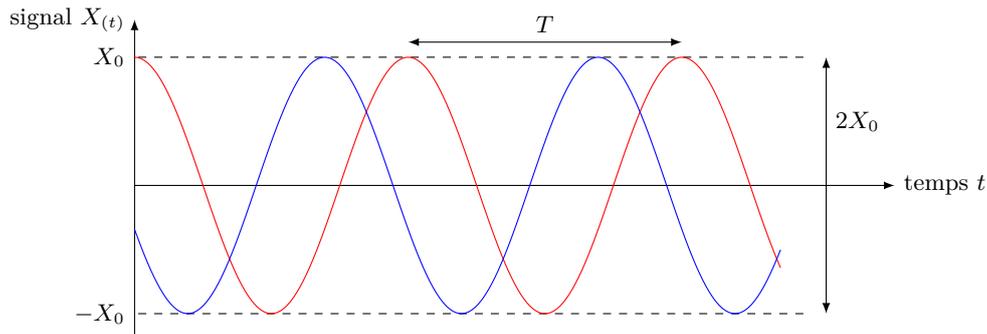


FIGURE 4 – Signaux périodiques sinusoïdaux de même fréquence avec ou sans déphasage.

Le terme  $\omega$  est appelé la **pulsation** du signal<sup>3</sup>. Elle s'exprime en radians par seconde  $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$ . Le terme  $\omega t$  est donc homogène à un angle, exprimé en radians<sup>4</sup>.

La pulsation est proportionnelle à la fréquence. Lorsque  $t$  a varié d'une période, on sait que le signal doit revenir à sa valeur de départ ; on peut donc écrire :

$$X(t) = X(t+T) \Leftrightarrow X_0 \times \cos(\omega t + \varphi) = X_0 \times \cos(\omega(t+T) + \varphi) \Leftrightarrow \cos(\omega t + \varphi) = \cos(\omega t + \omega T + \varphi)$$

La fonction cosinus étant périodique de période  $2\pi$ , on en déduit immédiatement :

$$\omega t + \omega T + \varphi = \omega t + \varphi + 2\pi \Leftrightarrow \omega T = 2\pi \Leftrightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \times f \quad (3)$$

Le terme  $\varphi$  est appelé la **phase** ou le **déphasage** du signal, exprimée en radians. Si  $\varphi = 0$ , alors  $X(t)$  est maximum lorsque  $\omega t = 2k\pi$  et en particulier lorsque  $t = 0$ . Si  $\varphi \neq 0$ , les maxima de  $X$  sont décalés par rapport à ces valeurs. Sur la figure 4, le signal rouge est de phase  $\varphi = 0$ , et le signal bleu, en revanche, a une valeur à la date  $t = 0$  :  $X_0 \cos \varphi \neq X_0$ . Pour le dire simplement, jouer sur le déphasage « translate » la sinusoïde horizontalement le long de l'axe des abscisses.

## 2 Propagation d'un signal

### 2.1 Mise en évidence

L'exemple le plus simple de propagation d'un signal est celui qu'on peut observer le long d'une corde, par exemple un fouet, à l'extrémité duquel on impose une déformation. Il est possible de varier les paramètres d'excitation et de propagation d'un tel système sur le simulateur de Tristan RONDEPIERRE disponible à l'adresse : [http://proftr.fr/AccesLibre/Simulateurs\\_en\\_ligne/simulaCORDE/simulaCORDE.html](http://proftr.fr/AccesLibre/Simulateurs_en_ligne/simulaCORDE/simulaCORDE.html)

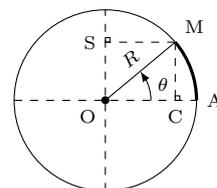
L'émission d'un signal correspond à une **perturbation locale de l'espace** : la valeur d'une grandeur est localement écartée de sa valeur d'équilibre : surtention, suppression, déplacement, variation de température, etc. Lorsque la perturbation se déplace dans l'espace, on parle de **propagation du signal**. La perturbation

3. Cette lettre grecque se prononce « oméga ».

4.

On rappelle que le radian est une « fausse » unité. Il est indispensable de la préciser car il existe d'autres conventions de mesure des angles (le degré). Cependant d'un point de vue dimensionnelle, le radian est un nombre sans dimension, car elle est le rapport entre deux longueurs :

$$\theta_{(\text{rad})} = \frac{\widehat{AM}}{R}$$



se transmet de proche en proche, et la grandeur physique support du signal dépend alors du temps et de la position spatiale, autrement dit de 4 coordonnées :  $X(x,y,z,t)$ . Un tel phénomène est appelé une **onde**, ou encore un phénomène ondulatoire.

La propagation d'un signal permet la **transmission d'une information** d'un point de l'espace à un autre, puisque la grandeur physique imposée au système au point d'émission se propage jusqu'en d'autres points de l'espace où elle peut être captée et mesurée avec un dispositif approprié. C'est évidemment le cas des ondes électromagnétiques utilisées pour tous les systèmes de communication (radio, télévision hertzienne, téléphonie, etc), mais aussi des ondes sonores.

La propagation d'un signal permet également le **transport d'énergie** d'un point de l'espace à un autre. Pour reprendre l'exemple du fouet, la propagation de la déformation transfère l'énergie cinétique communiquée à la première extrémité jusqu'à l'autre extrémité, où elle est éventuellement transmise à une victime.

Il est important de préciser qu'un phénomène ondulatoire ne peut exister que si deux conditions indispensables sont réunies :

- d'une part, une perturbation modifie le milieu en un point,
- et d'autre part, le milieu s'oppose à cette perturbation.

Ainsi, dans le cas de la corde, la déformation vers le haut ne peut se propager que si la gravité et/ou la tension de la corde ramène celle-ci vers le bas, sans quoi la corde se contenterait de se placer à la verticale. De même, l'élévation du niveau de l'eau au passage d'une vague est contrebalancée par une force d'attraction vers le bas due à la gravité.

En BCPST, on ne considère que les ondes qui se propagent dans un milieu ayant les propriétés suivantes.

- Le milieu est **homogène** : ses propriétés sont identiques en tous les points de l'espace.
- Le milieu est illimité : on ne considère pas les bords du milieu sur lesquels il peut y avoir réflexion de l'onde.
- Le milieu est non dispersif : le signal garde la même forme lors de sa propagation.
- Le milieu est **non absorbant** : l'énergie transportée n'est pas dissipée dans le milieu, et le signal ne perd pas en intensité lorsqu'il s'éloigne de sa source.

Concernant le premier point, on s'autorise cependant à considérer des cas où le signal peut passer d'un milieu à un autre, par exemple de la lumière qui se propage dans l'air puis dans une vitre. En revanche, on considère l'air comme un milieu homogène, et la vitre comme un milieu homogène. Concernant le deuxième point, on ne s'interdit pas de considérer le retour du signal suite à une réflexion sur une paroi, typiquement le phénomène de l'écho d'une onde sonore ; en revanche, on n'étudie pas le fait que le signal émis et le signal réfléchi se superposent éventuellement aux points de l'espace qui sépare la source de la paroi réfléchissante.

## 2.2 Différents types d'onde

### 2.2.1 Ondes transversales

On parle d'une **onde transversale**, si la perturbation a lieu dans une direction perpendiculaire à la direction de propagation. C'est le cas du fouet : la propagation se fait le long de la corde, alors que la déformation est un mouvement perpendiculaire à la corde.

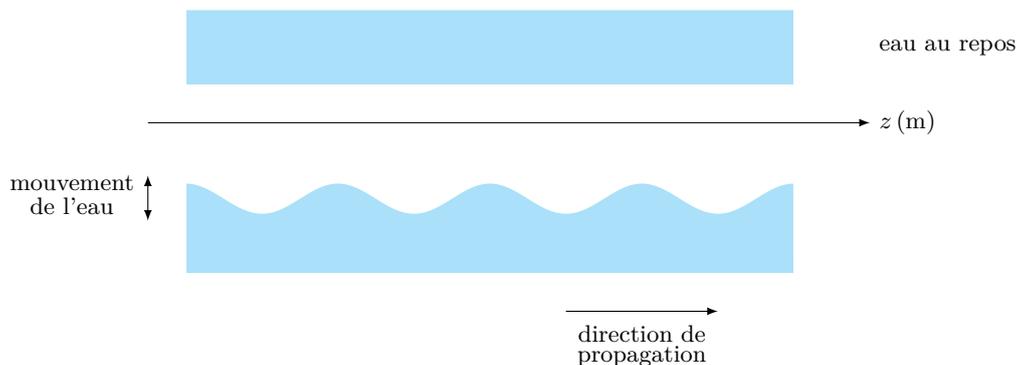


FIGURE 5 – Schématisation de la houle.

C'est le cas de la houle : elle se propage dans une direction horizontale, mais le mouvement de l'eau se fait dans la direction verticale. Ainsi, si on laisse flotter un bouchon sur une mer animée d'une houle régulière, on constate aisément qu'il monte et descend, mais ne dérive pas.

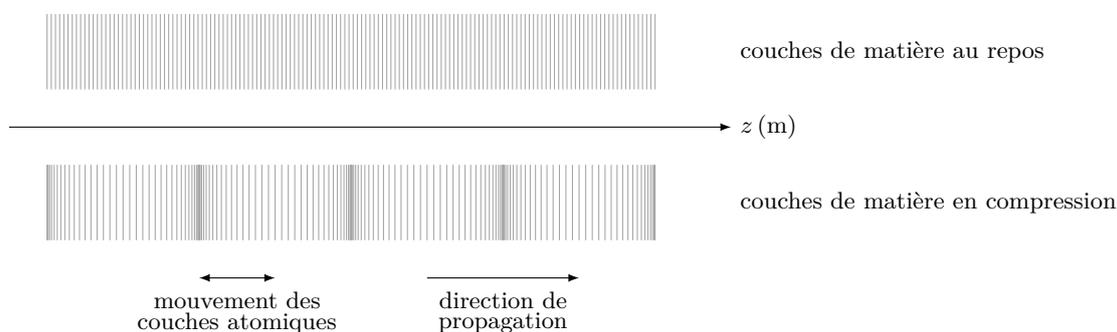
À titre purement culturel, on peut préciser que le mouvement d'ensemble de l'eau est vertical, mais le mouvement d'une molécule d'eau est beaucoup plus complexe : elle avance beaucoup moins vite que l'onde et selon une trajectoire décrivant quasiment un cercle vertical. L'animation suivante est due à KRAAIENNEST (Travail personnel, CC BY-SA 4.0), disponible également à l'adresse : <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=3374585>.

FIGURE 6 – Animation du mouvement de l'eau dans la houle.

La lumière est également une onde transversale. Dans ce cas, un champ électrique et un champ magnétique vibrent perpendiculairement à la direction de propagation. On reviendra sur la lumière au chapitre suivant.

### 2.2.2 Ondes longitudinales

On parle d'une **onde longitudinale** si la perturbation se fait dans la direction de propagation. C'est le cas d'une onde sonore, qui correspond à un mouvement oscillatoire des particules du milieu. Ce mouvement entraîne une surpression locale selon un plan perpendiculaire à leur mouvement. La surpression se propage de proche en proche selon une direction parallèle au mouvement oscillatoire des particules, comme schématisé ci-dessous.



Dans un cas plus fréquent, la propagation se fait non pas dans une seule direction, mais de façon radiale autour de l'émetteur, c'est-à-dire dans la direction des rayons d'une sphère centrée sur l'émetteur. Une simulation de Thierry DUGNOLLE est disponible ici : <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=18812489> ou sur la figure ci-dessous dans laquelle les zones plus sombres correspondent aux surfaces en compression.

FIGURE 7 – Simulation d'une onde sonore se propageant radialement autour de l'émetteur.

Au point de vue atomique, il ne faut pas oublier que dans un milieu gazeux ou liquide, les molécules sont animées d'un mouvement désordonné permanent, auquel se superpose le mouvement oscillatoire associé à l'onde. Une simulation de Tristan RONDEPIERRE est disponible sur sa page personnelle : [http://proftr.fr/AccesLibre/Simulateurs\\_en\\_ligne/simulaSON/simulaSON.html](http://proftr.fr/AccesLibre/Simulateurs_en_ligne/simulaSON/simulaSON.html).

### 2.2.3 Ondes sismiques

Les ondes sismiques correspondent à la propagation d'une déformation des couches de roches. Elles peuvent être divisées en deux groupes. Les premières sont les ondes sismiques de volume, qui modifient la structure au sein du volume de la croûte terrestre, et peuvent se propager plus profondément. Ce sont également les plus rapides. Les enregistrements par les sismomètres mettent en évidence deux types d'ondes de volume, qui ne se propagent pas à la même vitesse et arrivent donc de façon décalées dans le temps sur le lieu de l'enregistrement.

Les ondes P (primaire) arrivent les premières, et correspondent à une vibration longitudinale, associées à un mouvement de compression. Elles sont analogues à une onde sonore, et peuvent s'interpréter de la même façon. Sur la figure 8a, elles sont schématisées par la propagation d'une zone de compression (en noir) dans la direction du coup de marteau responsable de la perturbation du milieu.

Les ondes S (secondaire) arrivent ensuite, et correspondent à une vibration transversale, associées à un mouvement de cisaillement, à la manière de la déformation de la corde ou du fouet. Sur la figure 8a, elles correspondent à une déformation des couches de roches dans la direction du coup de marteau, qui se propagent dans la direction perpendiculaire au coup de marteau.

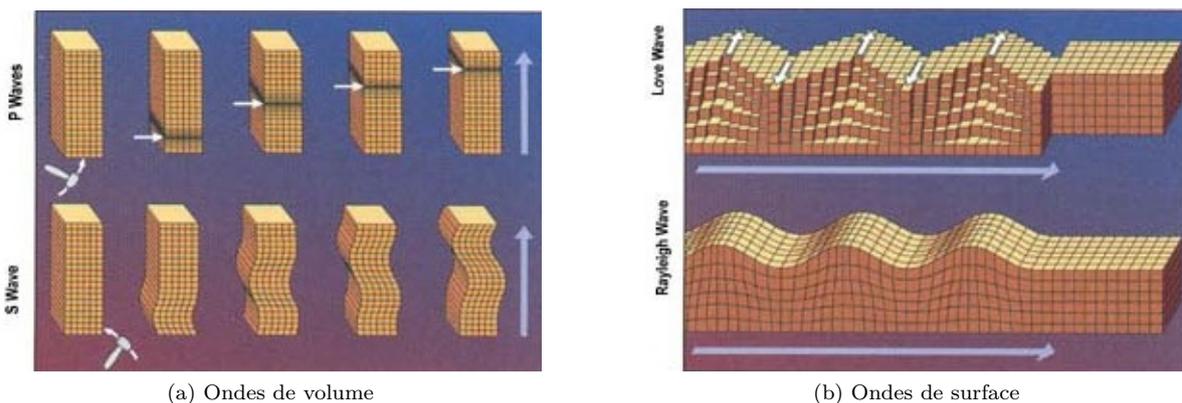


FIGURE 8 – Les différents types d'ondes sismiques.

Les ondes sismiques de surface modifient la forme de la surface de la Terre et se propagent le long de la surface. Ce sont les plus destructrices. Les deux types d'onde sismiques de surface sont schématisées sur la figure 8b.

- les ondes R (de Rayleigh) sont des ondes transversales qui correspondent à une déformation verticale de la surface. Elles sont analogues à la houle.
- les ondes L (de Love) sont des ondes transversales qui correspondent à une déformation de cisaillement, les couches de roches se déformant à la manière d'une corde vibrante.

Des animations de Christophe Dang NGOC CHAN permettent de visualiser la propagation d'une onde sismique P à la page : [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Onde\\_compression\\_impulsion\\_1d\\_30\\_petit.gif](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Onde_compression_impulsion_1d_30_petit.gif) ou sur la figure 9.

FIGURE 9 – Simulation de la propagation des ondes sismiques P.

Une animation analogue pour les ondes sismiques S est disponible à la page : [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Onde\\_cisaillement\\_impulsion\\_1d\\_30\\_petit.gif](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Onde_cisaillement_impulsion_1d_30_petit.gif), ou sur la figure 10.

FIGURE 10 – Simulation de la propagation des ondes sismiques S.

## 2.3 Transparence ; atténuation

Un milieu est dit **transparent** s'il permet la propagation du signal. Dans le cas contraire, il est opaque. Un mur en brique est opaque à la lumière visible, alors qu'une vitre est transparente. Un mur en brique comme une vitre sont transparents aux ondes sonores.

Un milieu peut être transparent à un signal dans certaines conditions et opaque dans d'autres. Par exemple, le verre est transparent à la lumière visible et opaque à la lumière ultraviolette, raison pour laquelle on ne bronze pas derrière une vitre.

Si le milieu est absorbant, l'énergie transportée se dissipe lors de sa propagation et le signal s'atténue jusqu'à s'annuler. Par exemple, l'eau est transparente à la lumière visible, mais est absorbante : tant qu'on reste à des profondeurs faibles, le milieu est illuminé par la lumière du Soleil, mais au-delà de quelques dizaines de mètres sous l'eau, il fait totalement noir.

Le spectre UV-visible d'une solution aqueuse de carotène  $\alpha$ , représenté ci-dessous, montre que cette solution est transparente mais absorbante de façon variable selon la longueur d'onde. La lumière est fortement absorbée autour de 450 nm et très peu absorbée entre 300 et 350 nm.

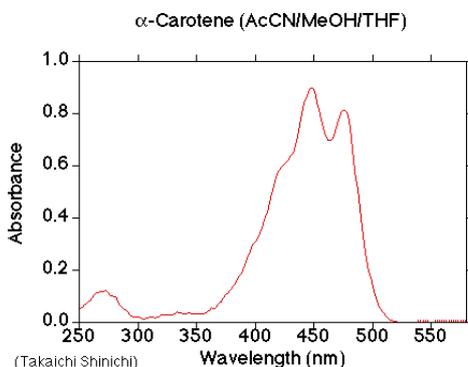


FIGURE 11 – Spectre UV-visible du carotène  $\alpha$ .

Il est bon de préciser que le vocabulaire du langage courant et celui du langage scientifique sont identiques dans les termes mais différents dans leur signification. Le mot « transparent » est fréquemment utilisé pour signifier que le milieu n'a pas de couleur. Cela ne correspond pas au langage scientifique, pour lequel un milieu est transparent s'il laisse passer la lumière, indépendamment de sa couleur. Le mot transparent s'oppose à opaque, et non à coloré. Le contraire d'un milieu coloré est milieu incolore. On reviendra sur la coloration dans le chapitre suivant.

## 2.4 Célérité

### 2.4.1 Définition et exemples

La **célérité**  $c$  de l'onde est la vitesse de propagation du signal ; elle s'exprime en  $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Elle correspond à la vitesse de transmission de l'information transportée par l'onde. C'est aussi la vitesse à laquelle l'énergie est transportée. Attention ! ce n'est en revanche pas la vitesse des atomes du milieu au sein duquel l'onde se propage. On peut s'en convaincre en regardant à nouveau la simulation de la houle sur la figure 6 ou le simulateur d'onde sonore de Tristan RONDEPIERRE : [http://proftr.fr/AccesLibre/Simulateurs\\_en\\_ligne/simulaSON/simulaSON.html](http://proftr.fr/AccesLibre/Simulateurs_en_ligne/simulaSON/simulaSON.html).

La célérité de la lumière dans le vide est une constante universelle à connaître :  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Dans un milieu matériel, la vitesse est plus faible et vaut une fraction de la vitesse de la lumière qu'on écrit conventionnellement  $v = \frac{c}{n}$ , avec  $n$  l'indice optique du milieu. L'indice optique est un nombre sans dimension, tel que  $n \geq 1$ , et qui dépend de la longueur d'onde. On reviendra sur ce point au chapitre suivant.

La célérité du son dépend de la nature du milieu et des conditions. Des valeurs typiques sont données dans le tableau ci-dessous, et sont à connaître au moins en ordre de grandeur.

milieu	air (20 °C)	eau liquide	acier
célérité $c$	$\approx 345 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ (à connaître)	$\approx 1500 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ (à connaître)	$\approx 5600 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

TABLE 1 – Célérité typiques du selon l'état physique du milieu de propagation.

## 2.4.2 Expression de la célérité par une analyse dimensionnelle

La célérité d'une onde dépend des caractéristiques du milieu et du type d'onde. On peut trouver l'expression de la célérité par analyse dimensionnelle à partir des paramètres pertinents, c'est-à-dire en raisonnant uniquement sur les unités. L'expression obtenue est exacte, à l'exception près des éventuels coefficients numériques sans dimension.

La célérité d'une onde sonore dans un fluide dépend de la masse volumique  $\rho$  du fluide et de la compressibilité  $\chi$  du milieu. Cette dernière grandeur mesure l'aptitude du milieu à diminuer son volume sous l'effet d'une compression et elle s'exprime en  $\text{Pa}^{-1}$ . Sachant que la pression est homogène à une force par unité de surface, et qu'une force est homogène à une masse multipliée par une accélération, on peut trouver une certaine combinaison de  $\rho$  et  $\chi$  dont l'unité est celle d'une vitesse.

Commençons par déterminer l'unité de  $\rho$  et  $\chi$  dans le système international. La masse volumique s'exprime en  $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ . D'autre part, la pression étant une force par unité de surface s'exprime en  $\text{N} \cdot \text{m}^{-2}$ . Or une force est homogène au produit d'une masse par une accélération, soit  $\text{N} = \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ . En conséquence, une pression est homogène à des  $\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{m}^{-2}$  soit des  $\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{m}^{-1}$ . La compressibilité est donc en  $\text{m} \cdot \text{s}^2 \cdot \text{kg}^{-1}$ . Il est clair que l'unité de la vitesse ne fait pas intervenir de  $\text{kg}$ , donc que la combinaison cherchée doit éliminer cette unité : il faut donc faire le produit  $\rho \times \chi$ , dont l'unité est  $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3} \times \text{m} \cdot \text{s}^2 \cdot \text{kg}^{-1}$  soit  $\text{s}^2 \cdot \text{m}^{-2}$ . Il est alors facile de constater que  $1/(\rho\chi)$  est en  $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$  qui est homogène au carré d'une vitesse. On en déduit que la vitesse des ondes sonores dans un fluide est de la forme :

$$c = k \times \frac{1}{\sqrt{\rho\chi}}$$

où  $k$  est un coefficient numérique sans dimension. Il se trouve que  $k = 1$ , mais cela n'est pas déterminable par l'analyse dimensionnelle.

## 2.4.3 Facteurs influençant la célérité d'une onde sonore

L'analyse dimensionnelle a mis en évidence que la célérité du son dans un fluide varie en  $\sqrt{1/\chi\rho}$ . On peut tenter d'interpréter les deux facteurs mis en jeu dans cette expression, en se rappelant qu'une onde sonore correspond à la propagation d'une zone de compression de la matière.

D'une part, plus la masse volumique est grande, plus l'onde est lente. Cela peut s'interpréter par le fait qu'un objet est d'autant plus difficile à mettre en mouvement qu'il est dense. En conséquence, plus la masse volumique augmente, plus les mouvements des couches atomiques sont lents, et par conséquent, plus la propagation est lente.

D'autre part, l'onde est d'autant plus lente que la compressibilité est grande. En effet, la propagation nécessite que le milieu s'oppose à la perturbation locale qui lui est imposée. Or cette perturbation est une compression, et le milieu s'y oppose d'autant plus qu'il est peu compressible. En conséquence, plus le matériau est rigide (peu compressible), plus le retour d'une couche atomique à sa position initiale est rapide, et plus la propagation se fait à une vitesse grande.

L'analyse des valeurs de célérité du tableau 1 montre que la vitesse du son augmente lorsqu'on passe d'un gaz à un liquide puis à un solide (ce qui correspond à une augmentation de la masse volumique) ; ceci indique que, pour la comparaison entre les trois états physiques, c'est la compressibilité  $\chi$  qui est le facteur prépondérant.

## 2.5 Retard temporel

### 2.5.1 Utilisation du retard temporel pour la mesure d'une célérité

Considérons une onde émise en un point E et reçue par deux récepteurs  $M_1$  et  $M_2$  situés à des distances différentes de E. On peut visualiser cette situation avec le simulateur d'onde sonore de Tristan RONDEPIERRE : [http://proftr.fr/AccesLibre/Simulateurs\\_en\\_ligne/simulaSON/simulaSON.html](http://proftr.fr/AccesLibre/Simulateurs_en_ligne/simulaSON/simulaSON.html). Si la distance entre E et  $M_1$  est plus petite que la distance entre E et  $M_2$ , il est logique que l'onde soit reçue par  $M_1$  avant d'être reçue par  $M_2$ .



FIGURE 12 – Retard temporel entre deux récepteurs.

On appelle **retard temporel**  $\Delta t = t_2 - t_1$  entre deux points distants de  $d$  le temps nécessaire à l'onde pour parcourir la distance entre ces deux points. Il est sans difficulté que  $\Delta t$  est le temps nécessaire à l'onde pour parcourir la distance  $d$  entre les deux capteurs. La célérité de l'onde dans le milieu de propagation est alors :

$$c = \frac{d}{\Delta t} \quad (4)$$

Dans le cas des ondes sonores, le dispositif est aisé à mettre en œuvre avec E un haut parleur, et  $M_1$  et  $M_2$  deux microphones. Pour des raisons de confort auditif, on travaille usuellement dans le domaine des ondes ultrasonores (classiquement à 40 kHz). Un bip sonore est envoyé par l'émetteur et captés par les deux récepteurs situés à une distance  $d = 12,2$  cm l'un de l'autre. Les signaux reçus par les deux récepteurs sont visualisés sur les deux voies d'un oscilloscope, dont l'échelle de temps est de  $50 \mu\text{s}$  par carreau (figure 13).

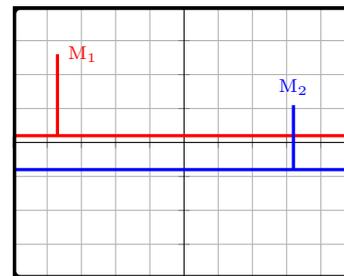


FIGURE 13 – Oscillogramme du retard temporel entre les deux capteurs.

Le retard temporel se lit directement sur l'oscilloscope : on compte environ 7 carreaux, soit un retard temporel de  $7 \times 50 = 350 \mu\text{s}$ . On en déduit la célérité du son dans l'air :

$$c = \frac{d}{\Delta t} = \frac{12,2 \cdot 10^{-2}}{350 \cdot 10^{-6}} = 349 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

### 2.5.2 Utilisation du retard temporel pour la mesure d'une distance

Le retard temporel peut aussi être mis à profit pour localiser l'épicentre d'un séisme. En effet, les ondes sismiques P et S émises au même moment au niveau de l'épicentre d'un séisme ne se propagent pas à la même vitesse, et sont donc reçues à des dates différentes par des sismomètres situés assez loin de l'épicentre. Comme les ondes P se propagent plus rapidement que les ondes S dans la croûte terrestre, les ondes S sont reçues par le sismomètre après les ondes P. Le retard temporel observé est d'autant plus important que la distance entre l'épicentre et le sismomètre est grande.

Pour visualiser la séparation des ondes P et S lors de la propagation, on peut utiliser la simulation de la figure 14, ou le travail original de Christophe Dang NGOC CHAN (travail personnel CC BY-SA) en ligne : [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Ondes\\_P\\_et\\_S\\_1d\\_30\\_petit.gif](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Ondes_P_et_S_1d_30_petit.gif).

Considérons une station équipée d'un sismomètre, qui enregistre un séisme. Les ondes S sont enregistrées 4,1 s après les ondes P. On sait que, près de la surface et dans les couches géologiques présentes, les ondes P se

propagent à  $c_p = 6,0 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$  et les ondes S se propagent à  $c_s = 4,1 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ . Avec ces informations, on peut estimer la distance  $D$  entre l'épicentre et la station. Notons que le problème est différents du précédent, dans la mesure où la date  $t_0$  à laquelle les ondes sismiques sont émises est ici inconnue.

Appelons  $t_1$  et  $t_2$  les dates à lesquelles les ondes P et S sont reçues par le sismomètre. Les ondes P ont parcouru la distance  $D$  cherchée en une durée  $t_1 - t_0$  et les ondes S ont parcouru la même distance en une durée  $t_2 - t_0$ . On a alors :

$$c_p = \frac{D}{t_1 - t_0} \quad \text{et} \quad c_s = \frac{D}{t_2 - t_0}$$

ce qui correspond à un système de deux équations à deux inconnues  $D$  et  $t_0$ . La grandeur qui est connue est le décalage temporel  $t_2 - t_1$  entre les arrivées des deux types d'onde. Extrayons cette grandeur des deux équations :

$$\begin{cases} t_1 - t_0 = D/c_p \\ t_2 - t_0 = D/c_s \end{cases} \Rightarrow t_2 - t_1 = (t_2 - t_0) - (t_1 - t_0) = \frac{D}{c_s} - \frac{D}{c_p} = D \times \left( \frac{1}{c_s} - \frac{1}{c_p} \right)$$

On en déduit la distance de l'épicentre à la station en fonction de retard temporel  $\Delta t$  des ondes S par rapport aux ondes P :

$$D = \frac{\Delta t}{\frac{1}{c_s} - \frac{1}{c_p}} = 53 \text{ km} \quad (5)$$

FIGURE 14 – Simulation du retard temporel des ondes S par rapport aux ondes P.

Insistons sur la différence fondamentale entre les deux formules (4) et (5). La première fait intervenir le retard temporel entre deux endroits différents de réception d'une même onde ; il n'y a donc qu'une seule vitesse de propagation et la distance sépare deux récepteurs différents. La seconde concerne le retard temporel entre deux ondes différentes au même endroit ; il y a donc deux vitesses de propagation différentes, et la distance sépare le lieu d'émission de l'unique lieu de réception.

## 2.6 Ondes progressives sinusoïdales

Les ondes les plus simples à étudier sont les ondes sinusoïdales. En réalité, cette étude simple a une portée très générale, car tout signal périodique peut être modélisé par une somme de signaux sinusoïdaux (théorème de Fourier).

Commençons par une précision de vocabulaire. Les ondes sont dites progressives si on les « voit » se déplacer, comme dans le cas de la houle par exemple. Il existe des ondes périodiques qui semblent ne pas bouger, qu'on appelle des ondes stationnaires ; on peut les observer en faisant vibrer une corde qui est accrochées à ses deux extrémités.

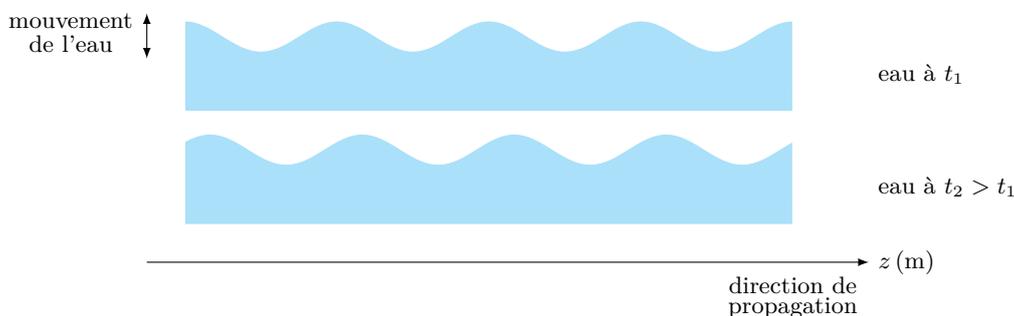


FIGURE 15 – La houle est une onde progressive d'allure sinusoïdale.

### 2.6.1 Périodicité spatiale

Si on prend une photographie d'un système de vague, on enregistre la position de chaque point de la surface de l'eau à une date donnée. On a alors l'allure du signal en fonction de la position selon l'axe  $z$  à une date fixée, comme sur figure 16.

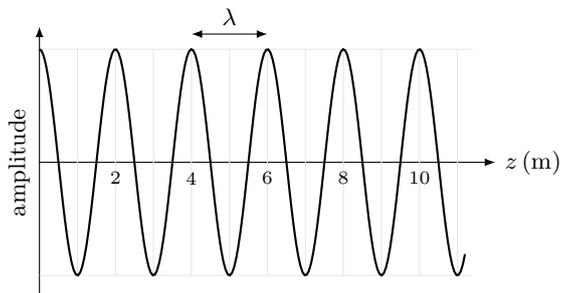


FIGURE 16 – Périodicité spatiale d'une onde sinusoïdale.

On constate que l'amplitude du signal varie avec l'abscisse  $z$  avec une **périodicité spatiale** appelée la **longueur d'onde**  $\lambda$  (en m).

Il est usuel de distinguer les différents types de rayonnements lumineux par leur domaine de longueur d'onde, dont les frontières sont d'ailleurs approximatives. Les êtres humains perçoivent la lumière entre 380 nm (limite de l'ultraviolet) et 780 nm (limite de l'infrarouge). C'est le **spectre visible**, souvent arrondi à 400 nm – 800 nm.

domaine	rayons $\gamma$	rayons X	ultraviolet	visible
$\lambda$	$< 10$ pm	0,01 – 10 nm	10 – 380 nm	380 – 780 nm
domaine	infrarouge	micro-ondes	ondes radio	ondes radar
$\lambda$	0,78 – 10 $\mu$ m	$10^{-3}$ – 1 cm	1 – 100 cm	$> 1$ m

TABLE 2 – Domaines des différents types d'ondes lumineuses.

### 2.6.2 Périodicité temporelle

Si maintenant on pose un bouchon en un certain point de la surface de l'eau, et qu'on mesure son altitude au cours du temps, on observe une variation sinusoïdale de  $z$  en fonction du temps  $t$  en un point fixé, comme sur la figure 17.

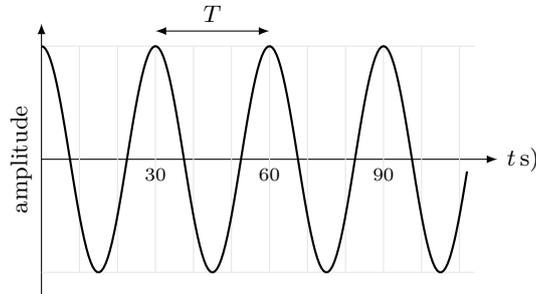


FIGURE 17 – Périodicité temporelle d'une onde sinusoïdale.

L'amplitude varie avec le temps  $t$  avec une **périodicité temporelle** appelée la **période**  $T$  (en s). La fréquence correspondante est  $f = 1/T$  (en Hz avec  $1 \text{ Hz} = 1 \text{ s}^{-1}$ ).

Les acousticiens ont l'habitude de distinguer les domaines acoustiques par la fréquence (temporelle) des ondes. Les êtres humains perçoivent les sons entre 16 Hz (limite des infrasons) et 16 kHz (limite des ultrasons). C'est le **spectre audible**, souvent arrondi à 20 Hz – 20 kHz. Les sons de fréquences inférieure à 16 Hz sont les **infrasons** (plus graves que les sons les plus graves audibles), utilisés comme moyen de communication par les éléphants. Les infrasons sont émis par certaines grosses machines industrielles et leur effet néfaste sur l'organisme (fatigue, stress) semble maintenant avéré. Inversement, les sons de fréquences supérieure à 16 kHz sont les **ultrasons** (plus aigus que les sons les plus aigus audibles), utilisés comme moyen de localisation par les chauves-souris.

### 2.6.3 Lien entre longueur d'onde et période

Les ondes progressives sinusoïdales présentent donc une **double périodicité**, spatiale et temporelle<sup>5</sup>. Les deux périodicités spatiale et temporelle sont reliées par la célérité de l'onde ; si  $\lambda$  est la longueur d'onde (en m) et  $T$  période (en s), on a :

$$c = \frac{\lambda}{T} \quad (6)$$

La célérité d'une onde progressive sinusoïdale peut donc se calculer à partir de la détermination expérimentale de sa période et de sa longueur d'onde.

La démonstration de cette relation repose sur l'analyse du signal à deux dates séparés d'une période temporelle  $T$  (figure 18). Par définition de la période, le signal est alors identique à lui-même. Par ailleurs, si on observe le point A situé sur un maximum du signal à la date  $t$ . L'onde étant progressive, on voit le point A avancer ; lorsque le signal redevient identique à lui-même à  $t + T$ , le point A se trouve au niveau du sommet qui le précédait à  $t$ .

---

5. Mathématiquement, cela revient à dire que l'onde est décrite par une fonction qui est périodique de période  $\lambda$  à  $t$  fixé, et périodique de période  $T$  à  $z$  fixé, ce qui s'écrit :  $X_{(z,t)} = X_0 \cos\left(\frac{2\pi t}{T} + \frac{2\pi z}{\lambda} + \varphi\right)$ . Cet aspect mathématique n'est pas au programme de BCPST. La relation peut ensuite se généraliser à 3 directions de l'espace.

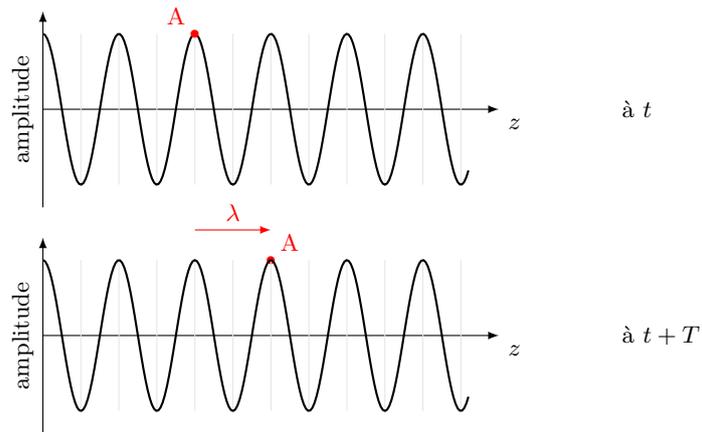


FIGURE 18 – Lien entre longueur d'onde et période.

Par conséquent, la distance dont A a avancé entre  $t$  et  $t+T$  correspond à la période spatiale  $\lambda$ . On en déduit que la distance  $\lambda$  est parcourue par le signal en un temps  $T$ , ce qui démontre la formule précédente.