
Programme de colles 10

Semaine du 09/12

Questions de cours

Suites réelles

1. Unicité de la limite.
2. Toute suite convergente est bornée.
3. Une suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ converge vers un réel l si et seulement si les deux suites $(u_{2n})_{n \in \mathbb{N}}$ et $(u_{2n+1})_{n \in \mathbb{N}}$ convergent vers le même réel l .
4. Si $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = l \in \mathbb{R}$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = l' \in \mathbb{R}$, alors pour tout $(\lambda, \mu) \in \mathbb{R}^2$, $\lim_{n \rightarrow +\infty} \lambda u_n + \mu v_n = \lambda l + \mu l'$.
5. Si $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = l \in \mathbb{R}$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = l' \in \mathbb{R}$, alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n v_n = ll'$.
6. Si $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = l > 0$, alors il existe $n_0 \in \mathbb{N}$ tel que pour tout $n \geq n_0$, $u_n > 0$.
7. Théorème des gendarmes.
8. Théorème de la limite monotone.
9. Toute suite réelle croissante et non majorée tend vers $+\infty$.
10. Limite d'une suite géométrique (énoncé de tous les cas possibles et démonstration dans le cas $|q| < 1$).
11. Suites récurrentes linéaires d'ordre 2 (énoncé uniquement).
12. Théorème des suites adjacentes.

Exercices

Suites réelles

Calculs de limites de suites (sans utilisation d'équivalents pour le moment). Utilisation des théorèmes de convergence (comparaisons, gendarmes, limite monotone). Suites arithmétiques, géométriques, arithmético-géométriques, adjacentes. Etudes de suites du type $u_{n+1} = f(u_n)$.