
Programme de colles 12

Semaine du 06/01

Questions de cours

Suites réelles

1. Si $a > 1$, $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n!}{a^n} = +\infty$.
2. Si $a > 1$ et $\alpha \in \mathbb{R}_+^*$, $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a^n}{n^\alpha} = +\infty$.
3. Si $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ converge vers 0, alors $\sin(u_n) \sim u_n$.
4. Si $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ converge vers 0, alors $1 - \cos(u_n) \sim \frac{u_n^2}{2}$.
5. Si $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ converge vers 0, alors pour tout $\alpha \in \mathbb{R}^*$, $(1 + u_n)^\alpha - 1 \sim \alpha u_n$.

Matrices

1. Associativité du produit matriciel.
2. Distributivité du produit matriciel par rapport à l'addition.
3. Soient A et B deux matrices de $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ qui commutent.
Alors pour tout $(p, q) \in \mathbb{N}^2$, $A^p B^q = B^q A^p$.

Exercices

Suites réelles

Calculs de limites de suites. Utilisation des théorèmes de convergence (comparaisons, gendarmes, limite monotone). Suites arithmétiques, géométriques, arithmético-géométriques, adjacentes. Etudes de suites du type $u_{n+1} = f(u_n)$. Croissances comparées. Manipulations d'équivalents, notamment pour calculer des limites.

Systèmes linéaires

Pratique de l'algorithme du pivot de Gauss.

Matrices

Opérations sur les matrices (sommes, produits). Calcul de puissances d'une matrice, notamment en utilisant la formule du binôme de Newton.