**Programme de colles 13** **Semaine du 13/01**

# Questions de cours

## Matrices

1. Associativité du produit matriciel.
2. Distributivité du produit matriciel par rapport à l'addition.
3. Soient $A$ et $B$ deux matrices de $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ qui commutent.
   Alors pour tout $(p,q) \in \mathbb{N}^2, A^pB^q = B^qA^p$.
4. Pour tout $(A,B) \in \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K}) \times \mathcal{M}_{p,q}(\mathbb{K}), (AB)^T = B^TA^T$.
5. Soit $M \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$. Il existe une unique matrice symétrique $S$ et une unique matrice antisymétrique $A$ telles que $M = S + A$.
6. Unicité de l'inverse (si existence).
7. Si $A$ et $B$ sont inversibles, alors $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.
8. Si $A$ est inversible, alors $A^T$ est inversible et $(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$.
9. Pour tout $(A,B) \in \mathcal{M}_2(\mathbb{K})^2, \det(AB) = \det(A)\det(B)$.
10. Soit $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{K})$.
    La matrice $A$ est inversible si et seulement si $\det(A) \neq 0$ et dans ce cas
    $$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}.$$

# Exercices

## Systèmes linéaires

Pratique de l'algorithme du pivot de Gauss.

## Matrices

Opérations sur les matrices (sommes, produits). Calcul de puissances d'une matrice, notamment en utilisant la formule du binôme de Newton. Transposée d'une matrice, matrices symétriques/antisymétriques. Détermination du rang d'une matrice. Matrices inversibles. Détermination de l'inverse le cas échéant (par la formule dans le cas de matrices $(2,2)$, par la méthode du pivot de Gauss sinon).