

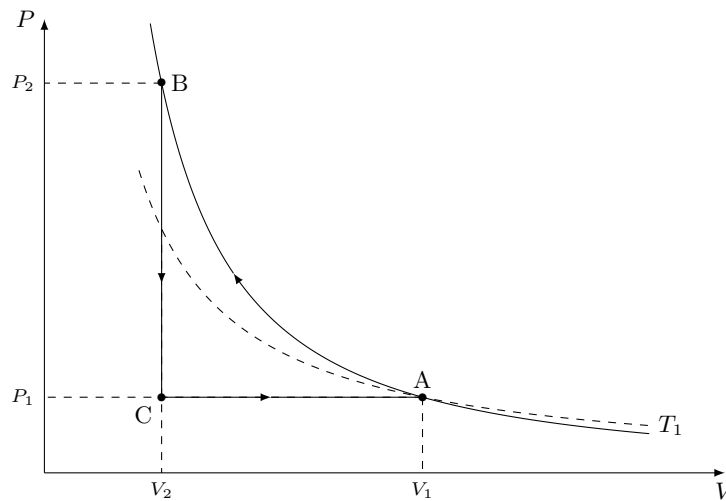
Devoir en temps libre n° 14

Échanges d'énergie lors d'une transformation cyclique

On considère une mole d'un gaz parfait diatomique ($C_{vm} = 5R/2$ et $C_{pm} = 7R/2$), initialement dans l'état A à la température $T_1 = 300\text{ K}$ et sous la pression $P_1 = 1 \cdot 10^5\text{ Pa}$. Le fluide subit une transformation cyclique qui comporte trois étapes :

- une compression de A à B qui divise le volume du gaz par 3 selon un processus dit « adiabatique réversible » ;
- un refroidissement isochore $B \rightarrow C$;
- une détente isobare $C \rightarrow A$.

Les états A, B et C, ainsi que les transformations subies par le gaz, sont représentés sur le diagramme de Watt ci-dessous.



Lors d'un processus « adiabatique réversible », la pression et le volume du gaz obéissent à la loi de Laplace : le produit $P \times V^\gamma$ est resté constant au cours de la transformation. Le coefficient γ est une constante caractéristique du gaz, et vaut $\gamma = C_{pm}/C_{vm}$.

1. Calculer la pression, le volume et la température aux points A, B et C.
2. Calculer le travail reçu et le transfert thermique reçu par le gaz à chaque étape du cycle.
3. En définitive, que fait ce dispositif ? Est-ce intéressant ? Qu'en serait-il si le dispositif réalisait le cycle dans l'autre sens $A \rightarrow C \rightarrow B$?

Corrigé du devoir en temps libre n° 14

éléments de correction

1. État A. On connaît la pression $P_1 = 1,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ et la température $T_1 = 300 \text{ K}$. Par l'équation des gaz parfaits, on calcule le volume : $V_1 = nRT_1/P_1 = 24,9 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$.

État B. Le volume est $V_2 = V_1/3 = 8,3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$. La pression est obtenue par la loi de Laplace : $P_2 = P_1 \times (V_2/V_1)^\gamma = 4,66 \cdot 10^5 \text{ Pa}$. La température est obtenue par l'équation des gaz parfaits : $T_2 = P_2 V_2 / nR = 465,6 \text{ K}$.

État C. Le volume est : $V_3 = V_2 = 8,3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ et la pression $P_3 = P_1 = 1,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$. Par l'équation des gaz parfaits, on trouve : $T_1 = P_3 V_3 / nR = 100 \text{ K}$.

2. La transformation A $\rightarrow$ B est adiabatique : $Q_{1\text{reçu}} = 0$. D'après la première de Joule : $\Delta U_1 = nC_{vm}(T_2 - T_1) = 3,5 \text{ kJ}$. Le premier principe s'écrit : $W_{1\text{reçu}} = \Delta U_1 = 3,5 \text{ kJ}$.

La transformation B $\rightarrow$ C est isochore et il n'y a pas d'autre travail que les forces pressantes dans ce dispositif : $W_{2\text{reçu}} = 0$. D'après la première loi de Joule : $\Delta U_2 = nC_{vm}(T_3 - T_2) = -7,60 \text{ kJ}$. Le premier principe s'écrit : $Q_{2\text{reçu}} = \Delta U_2 = -7,60 \text{ kJ}$.

D'après la première loi de Joule : $\Delta U_3 = nC_{vm}(T_1 - T_3) = 4,16 \text{ kJ}$; d'après la deuxième loi de Joule : $\Delta H_3 = nC_{pm}(T_1 - T_3) = 5,82 \text{ kJ}$. La transformation C $\rightarrow$ A est isobare et il n'y a aucun travail autre que les forces pressantes, donc le bilan enthalpique s'écrit : $Q_{3\text{reçu}} = \Delta H_3 = nC_{pm}(T_1 - T_3) = 5,82 \text{ kJ}$. Le premier principe s'écrit : $W_{3\text{reçu}} = \Delta U_3 - Q_{3\text{reçu}} = -1,66 \text{ kJ}$.

3. Sur la transformation totale, on trouve $\Delta U = 0$, ce qui est attendu car l'énergie interne est une fonction d'état. D'autre part, le travail total reçu est la somme des travaux reçus sur les trois étapes : $W_{\text{total reçu}} = 1,8 \text{ kJ}$. Il en est de même pour le transfert thermique reçu : $Q_{\text{totale reçu}} = -1,8 \text{ kJ}$.

L'opérateur fournit du travail au gaz, et celui-ci libère la même quantité d'énergie thermique vers le monde extérieur. C'est donc un système de chauffage, bien compliqué par rapport à une résistance électrique qui réalise la même transformation.

Si le cycle est parcouru en sens inverse, alors l'opérateur fournit une énergie thermique $Q_{\text{totale reçue}} = 1,8 \text{ kJ}$, et le gaz cède au monde extérieur la même quantité d'énergie sous forme de travail. Ceci est bien plus intéressant, car le travail récupéré peut servir. Si par exemple, le travail est récupéré en poussant un piston, on peut utiliser ce mouvement (pour lever quelque chose, pour faire tourner un arbre, etc). On a réalisé un moteur.