MÉCANIQUE

3 – Dynamique du point

Plan du chapitre

Programme officiel – Premier semestre – **Thème M – mouvements et interactions**

Notions	Capacités exigibles
M.1. Description et paramétrage du mouvement d'un point **Cinématique du point** Mouvement de vecteur accélération constant.	Établir l'expression de la vitesse et de la position en fonction du temps. Déterminer la vitesse en une position donnée. Obtenir l'équation de la trajectoire en coordonnées cartésiennes.
M.2.1. Quantité de mouvement d'un système matériel Quantité de mouvement d'un système matériel.	Utiliser la relation entre la quantité de mouvement d'un système matériel et la vitesse de son centre de masse.
M.2.2. Lois de Newton Deuxième loi de Newton.	Utiliser la deuxième loi de Newton dans des situations variées.
Mouvement dans un champ de pesanteur uniforme. Mouvement dans un champ de pesanteur uniforme.	Établir et exploiter les équations horaires du mouvement. Établir l'équation de la trajectoire en coordonnées cartésiennes.
Influence de la résistance de l'air sur un mouvement de chute. Vitesse limite.	Déterminer et résoudre l'équation différentielle du mouvement. Exploiter une équation différentielle sans la résoudre analytiquement, par exemple : écriture sous forme adimensionnée, analyse en ordres de grandeur, existence d'une vitesse limite, utilisation des résultats obtenus par résolution numérique.
Modèle du frottement de glissement : lois de Coulomb.	Exploiter les lois de Coulomb fournies dans les trois situations suivantes : équilibre, mise en mouvement, freinage. Formuler une hypothèse (quant au glissement ou non), et la valider.

1 Quantité de mouvement

Hypothèses restrictives du cours de BCPST :
- les objets étudiés sont des solides indéformables de masse m constante,
- les vitesses sont non relativistes : $v << c$ (c vitesse de la lumière).

1.1 Quantité de mouvement d'un système

Quantité de mouvement

Soit un objet ponctuel de masse m et de vitesse $\vec{v}$. Sa **quantité de mouvement** est la grandeur vectorielle :

$$\boxed{\vec{p} = m\,\vec{v}}$$

Additivité de la quantité de mouvement

Pour un système constitué de N systèmes ponctuels, la quantité de mouvement totale est :

$$\vec{p} = \sum_{j=1}^{N} \vec{p}_j = \sum_{j=1}^{N} m_j \vec{v}_j$$

Quantité de mouvement d'un système non ponctuel

Pour un système non ponctuel, la quantité de mouvement totale est :

$$\vec{p} = M \times \vec{v}_{\mathrm{G}}$$

où M est la masse totale et $\vec{v}_{\mathrm{G}}$ la vitesse du centre de gravité du système.

Démonstration pour un solide indéformable en translation

1.2 Conservation de la quantité de mouvement

La quantité de mouvement est conservative

La quantité de mouvement d'un système isolé ou pseudo-isolé se conserve, soit :

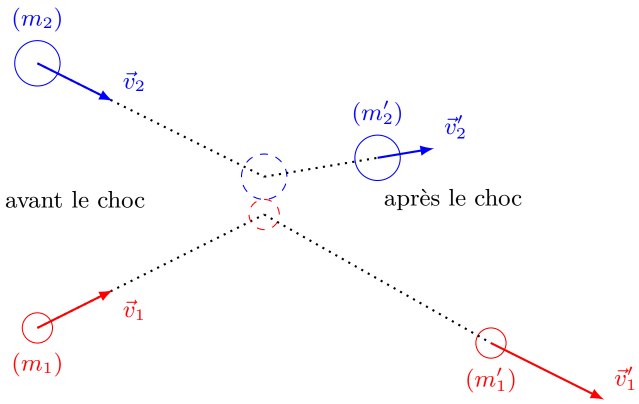
$$\vec{p}_{\mathrm{tot}} = \overrightarrow{\mathrm{cte}}$$

C'est un principe (équivalent au principe d'inertie).

Recul d'une arme à feu

Le fusil standard de l'armée française était jusqu'à récemment le FA-MAS, une arme d'environ 4,4 kg. Il tirait des munitions pesant environ 4 g avec une vitesse d'éjection de $900\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$. Calculer la vitesse avec laquelle le fusil percute le tireur si celui-ci ne cale pas correctement l'arme contre son épaule. Quel est l'effet de caler le canon de l'arme contre son épaule ?

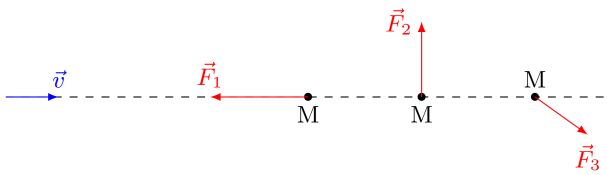
La conservation de la quantité de mouvement intervient aussi lors de l'étude des chocs.



2 Principe fondamental de la dynamique

2.1 Variation de la vitesse d'un solide

Considérons un mobile de masse m qui avance selon un mouvement rectiligne uniforme à la vitesse $\vec{v}$.



L'application d'une force sur le point M va modifier sa vitesse :

- la force $\vec{F}_1$ change la norme (et éventuellement le sens) de la vitesse mais pas sa direction,
- la force $\vec{F}_2$ change la direction de la vitesse (mais ne modifie pas sa norme),
- la force $\vec{F}_3$ change la direction et la norme de la vitesse.

Action mécanique et vitesse

Une action mécanique modifie le vecteur vitesse d'un mobile.

2.2 Deuxième loi de Newton

Énoncé général

Dans un référentiel galiléen, la variation temporelle de la quantité de mouvement d'un solide ponctuel est égale à la résultante des forces extérieures qui lui sont appliquées :

$$\frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t} = \sum \vec{F}_{\text{ext}}$$

Si le solide ponctuel est de masse est constante, alors :

$$\frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}(m\vec{v})}{\mathrm{d}t} = m\,\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t} = m\,\vec{a}$$

Deuxième loi de Newton pour un solide ponctuel de masse constante

Dans un référentiel galiléen, la variation temporelle de la quantité de mouvement d'un solide ponctuel de masse constante est égale à la résultante des forces extérieures qui lui sont appliquées :

$$\boxed{m\,\vec{a} = \sum \vec{F}_{\text{ext}}}$$

Deuxième loi de Newton pour un solide non ponctuel de masse constante

Comme $\vec{p} = m\,\vec{v}_{\mathrm{G}}$, pour un solide de masse totale m constante :

$$\boxed{m\,\frac{\mathrm{d}\vec{v}_{\mathrm{G}}}{\mathrm{d}t} = m\,\vec{a}_{\mathrm{G}} = \sum \vec{F}_{\text{ext}}}$$

2.3 Principe d'inertie

Si $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{0}$ (système mécaniquement isolé ou pseudo-isolé), alors : $\vec{a} = \mathrm{d}\vec{v}\,/\,\mathrm{d}t = 0$, soit $\vec{v} = \overrightarrow{\text{cte}}$ et le mouvement est rectiligne et uniforme (principe d'inertie).

Réciproquement, si $\sum \vec{F}_{\text{ext}} \neq \vec{0}$, alors : $\vec{v} \neq \overrightarrow{\text{cte}}$ et le vecteur vitesse évolue au cours du temps, en norme et/ou en direction.

3 Exemples d'application

3.1 Principe de la résolution des exercices

Première étape : le cadre d'étude

- Définir le système d'étude.
- Choisir un référentiel adapté au problème ; en BCPST, il sera toujours possible de choisir un référentiel galiléen.
- Définir un repère $(\mathrm{O}, \vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$ respectant la symétrie du problème et permettant de simplifier au maximum les équations (axe le long de la direction du mouvement s'il est rectiligne, axes colinéaires au plus grand nombre de forces possibles, etc).
- Définir la date initiale.

Deuxièeme étape : étude cinématique

- Exprimer le vecteur position $\overrightarrow{\mathrm{OM}}$ dans le repère choisi, en tenant compte des contraintes du mouvement (mouvement plan, mouvement rectiligne).
- En déduire les expressions des vecteurs vitesse et accération.

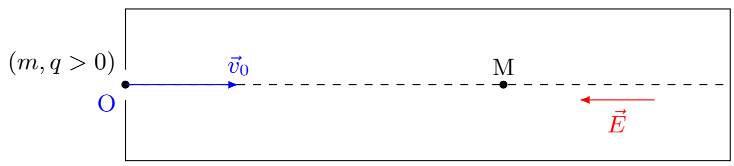
Troisièeme étape : étude dynamique

- Faire l'inventaire des forces extérieures qui s'appliquent au système sur un schéma.
- Écrire le principe fondamental de la dynamique et projeter sur les trois vecteurs du repère.
- Extraire des trois relations obtenues l'information cherchée : expression d'une force, vitesse au cours du temps par une première intégration, position au cours du temps par une seconde intégration, etc.

3.2 Exemple 1 : arrêt d'une particule chargée

On considère une chambre de longueur totale L, dans laquelle règne un vide suffisamment poussé pour pouvoir négliger tout phénomène de frottement, et où règne un champ électrique uniforme $\vec{E}$. Par une petite ouverture, on fait entrer une particule chargée de masse m et de charge q avec une vitesse initiale $\vec{v}_0$ colinéaire au champ électrique.

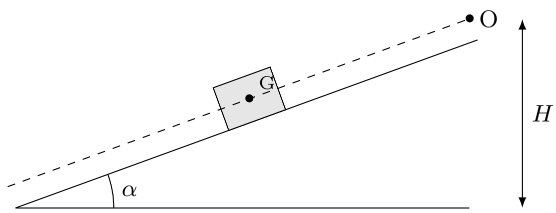
On souhaite déterminer quelle doit être l'intensité du champ électrique pour que la particule soit arrêtée avant d'arriver à l'autre bout de la chambre. La masse de la particule est telle qu'on pourra négliger le poids.



3.3 Exemple 2 : glissement d'un pavé

On considère un pavé de masse m, laché d'une altitude H sans vitesse initiale en haut d'un pan incliné faisant un angle α avec l'horizontale. On admet la loi de Coulomb : durant le mouvement de glissement, les composantes normale et tangentielle de la force de frottement sont proportionnelles, soit $\|\vec{R}_T\| = f \times \|\vec{R}_N\|$.

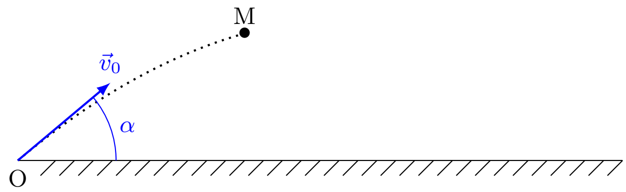
On cherche à déterminer la date à laquelle le pavé arrive en bas du pan incliné et la vitesse atteinte.



3.4 Exemple 3 : tir d'un projectile

On considère un projectile de masse m, assimilable à un objet ponctuel, lancé à partir du sol avec une vitesse initiale $\vec{v}_0$ faisant un angle α avec le sol, supposé horizontal. On se trouve dans le champ de pesanteur terrestre, et on néglige les frottements dus à l'air.

On souhaite déterminer :
- l'équation de la trajectoire,
- la flèche, c'est-à-dire le point le plus haut atteint par le projectile,
- la portée du tir, c'est-à-dire la distance séparant le point de lancement du point d'impact, en supposant le sol horizontal.



3.5 Exemple 4 : chute d'une goutte de pluie

On considère une goutte d'eau (masse volumique $\rho_0 = 1{,}0 \cdot 10^3\,\mathrm{kg \cdot m^{-3}}$) sphérique de rayon $R = 0{,}10\,\mathrm{mm}$, qui tombe d'un nuage à l'altitude $H = 2000\,\mathrm{m}$ sans vitesse initiale. Durant son mouvement de chute, elle est soumise à une force de frottement fluide donnée par la loi de Stokes : $\vec{F} = -6\pi\eta R\vec{v}$, où $\vec{v}$ est sa vitesse et $\eta = 2{,}0 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{Pa \cdot s}$ la viscosité de l'air. On néglige la poussée d'Archimède due à l'air.

On veut d'une part montrer qualitativement que la goutte atteint nécessairement une vitesse limite. D'autre part, on veut établir la loi d'évolution de la vitesse et évaluer la durée de la chute jusqu'au sol.

Résolution numérique par la méthode d'Euler

La méthode d'Euler permet la résolution numérique d'une équation différentielle du premier ordre. Cette méthode consiste à résoudre l'équation différentielle de proche en proche, avec un pas déterminé.

Dans le cas de l'équation différentielle : $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} + \dfrac{v}{\tau} = g$, dont la variable est le temps, le pas est temporel : on choisit Δt qui sépare deux dates consécutives auxquelles on calcule la vitesse.

On peut approximer la dérivée à la date t_j par : $\left(\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\right)_j = \dfrac{v_{j+1} - v_j}{\Delta t}$, et donc $v_{j+1} = v_j + \left(\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\right)_{t_j} \times \Delta t$

D'autre part, la dérivée à la date t_j est donnée par l'équation différentielle : $\left(\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\right)_j = -\dfrac{v_j}{\tau} + g$. En conséquence :

$$v_{j+1} = v_j + \left(-\frac{v_j}{\tau} + g\right) \times \Delta t$$

Il suffit de préciser la condition initiale : t_0 et v_0 et de choisir un pas Δt, et on calcule successivement les valeurs de v aux dates $t_0 + j\Delta t$.

Avantages et inconvénients de la méthoide d'Euler

Son avantage principal est sa simplicité.
Son inconvénient principal est son manque de précision si le pas choisi est trop grand par rapport à la durée du phénomène.

```python
"""Importation des bibliothèques"""

from math import *
import matplotlib.pyplot as plt

"""Entrée des données"""

H = 300      # en m
g = 9.8
m = 4.2E-9   # en kg
R = 1E-4     # en m
eta = 2E-5   # prendre eta = 0 pour avoir le cas sans frottement
alpha = 6*pi*eta*R

"""Initialisation"""

t = [0]      # tableau des dates
v = [0]      # tableau des vitesses
z = [H]      # tableau des altitudes

Dt = 0.1     # pas temporel en s
j = 0        # indice d'incrémentation

"""Calcul des valeurs successives de la vitesse et de l'altitude"""

while z[j] > 0 :      # le calcul se fait tant que la goutte est au-dessus du sol
    T = t[j]+Dt              # incrémentation de la date
    V = v[j]+Dt*(-alpha*v[j]/m+g)    # calcul de la vitesse à j+1
    Z = z[j]-v[j]*Dt              # calcul de l'altitude à j+1
    t.append(T)
    v.append(V)
    z.append(Z)
    j = j+1

"""Tracé des courbes"""

plt.plot(t,v,'b-')
plt.xlabel('t en s')
plt.ylabel('v en m/s')
plt.grid()
plt.show()
```

Exercices

Application directe du cours

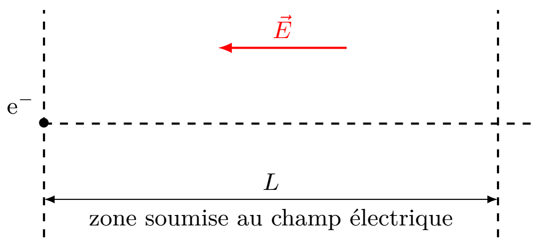
Exercice 1 : carambolage

Un véhicule de masse $M_1 = 700\,\mathrm{kg}$ roule sur une portion de route rectiligne à la vitesse de $130\,\mathrm{km \cdot h^{-1}}$. Il percute un véhicule à l'arrêt de masse M_2. On suppose que lors du choc, le véhicule s'immobilise presque complètement.

1. Exprimer la vitesse du véhicule percuté après avoir subi le choc, dans l'hypothèse où les frottements sont négligés.
2. Faire l'application numérique si $M_2 = 900\,\mathrm{kg}$ puis si $M_2 = 500\,\mathrm{kg}$. Conclure.
3. À l'arrêt, on apprend lorsqu'on passe le permis de conduire, qu'il faut toujours garder enfoncée la pédale de frein. Quel est l'effet physique de cette consigne ?

Exercice 2 : accélération d'une particule chargée

On considère un électron, de masse $m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg}$ et de charge $q = -e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}$. Il entre avec une vitesse nulle dans une zone, de longueur L, dans laquelle règne un champ électrique $\vec{E}$ uniforme.



1. Faire le bilan des forces appliquées à la particule. En faisant l'approximation qui s'impose, préciser qualitativement la nature du mouvement (on pourra raisonner avec un champ électrique d'intensité $E = 1\,\mathrm{V \cdot m^{-1}}$). Que se passe-t-il lorsque la particule sort de la zone soumise au champ électrique ?
2. Établir les expressions de la vitesse et de la trajectoire. En déduire comment la vitesse évolue en fonction de la distance parcourue.
3. On souhaite accélérer la particule jusqu'à une vitesse valant $1/10$ de la vitesse de la lumière $c = 3 \cdot 10^8\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$. Que doit valoir le champ électrique ? Faire l'application numérique si $L = 10\,\mathrm{cm}$.

Exercice 3 : glissement d'un pavé

Un pavé de masse m arrive avec une vitesse v_0 au bas d'un pan incliné faisant un angle α avec l'horizontale. Il remonte le long du pan incliné selon un mouvement de glissement obéissant à la loi de Coulomb : $\|\vec{R}_T\| = f \times \|\vec{R}_N\|$.

Déterminer, en fonction de v_0, m, f et α la durée de son mouvement le long du pan incliné. Discuter de l'influence des différents paramètres sur cette durée.

Exercice 4 : chute libre avec frottements fluides

On abandonne sans vitesse initiale une petite goutte d'eau de masse $m = 1{,}00\,\mathrm{mg}$, en un lieu où l'accélération de la pesanteur vaut $g = 10{,}0\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}$. Cette goutte est soumise à son poids et à une force de frottement fluide proportionnelle à sa vitesse ; le coefficient de proportionnalité est noté α, tel que $\alpha > 0$. On néglige la poussée d'Archimède.

1. Établir l'équation différentielle du mouvement.
2. Montrer que la goutte d'eau atteint une vitesse limite v_∞, qu'on exprimera en fonction de m, g, et α. En déduire α, sachant qu'on mesure $v_\infty = 5{,}00\,\mathrm{mm \cdot s^{-1}}$.
3. Établir l'expression de la vitesse en fonction du temps.
4. Calculer le temps au bout duquel la vitesse atteint 99% de sa valeur limite. Conclure.

Entrainement

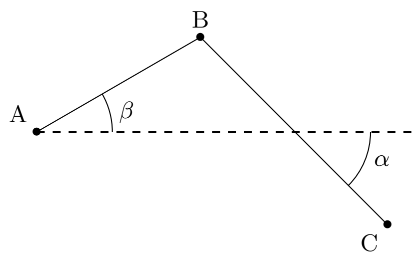
Exercice 5 : déviation par un champ électrique

Une particule de charge $q > 0$ et de masse m entre avec une vitesse $\vec{v}_0$ dans une zone soumise à un champ électrique $\vec{E}$ perpendiculaire à $\vec{v}_0$. On néglige le poids.

1. Montrer que la trajectoire de la particule est plane, puis établir son équation dans la zone où règne le champ électrique. Quelle est la trajectoire après la sortie du champ électrique ?
2. La zone soumise au champ électrique ayant une longueur L, que vaut la vitesse à la sortie du champ ? Indice [1]
3. Quelle est la déviation subie par la particule, définie comme l'angle entre ses vecteurs vitesse à l'entrée et à la sortie du champ ? Indice [2]

Exercice 6 : saut à skis

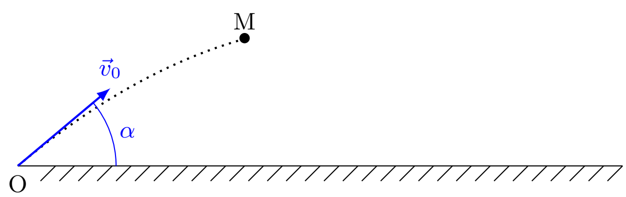
Un skieur, assimilable à un point matériel de masse $m = 80\,\mathrm{kg}$, aborde une bosse dont le profil est donné ci-contre. Il arrive au point B dans la direction de AB avec une vitesse de $14\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$, et quitte la piste à cet endroit. On néglige les frottements de l'air, et on donne $\beta = 30°$ et $\alpha = 45°$.



1. Calculer la distance entre B et le point C où il retombe sur le sol.
2. Calculer sa vitesse lorsqu'il touche le sol.

Exercice 7 : tir d'un projectile avec frottements

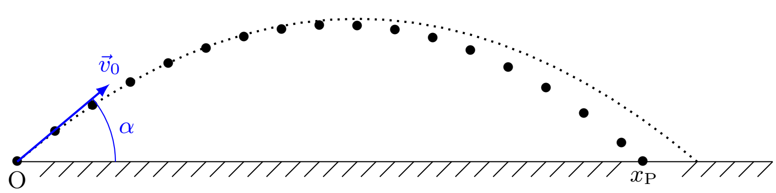
On considère un projectile de masse m, assimilable à un objet ponctuel, lancé à partir du sol avec une vitesse initiale $\vec{v}_0$ faisant un angle α avec le sol, supposé horizontal. On se trouve dans le champ de pesanteur terrestre, et on prend en compte une force de frottement due à l'air de la forme ; $\vec{F} = -k\vec{v}$, avec k un coefficient positif.



1. Établir l'équation différentielle vérifiée par la vitesse et exprimer la constante de temps τ du mouvement. En déduire l'expression des composantes de la vitesse en fonction du temps.
2. Établir l'expression des coordonnées du projectile en fonction du temps.
3. En déduire que l'équation cartésienne de la trajectoire est :

$$z = \frac{(v_0 \sin\alpha + \tau\, g)\, x}{v_0 \cos\alpha} + \tau^2 g \ln\left(1 - \frac{x}{\tau\, v_0 \cos\alpha}\right)$$

4. Comparer la trajectoire sans frottement (. . .) et avec frottements (•) données sur le schéma ci-dessous.



1. La vitesse est calculable si on connait les composantes du vecteur vitesse.
2. Le cosinus d'un angle peut facilement se calculer par un produit scalaire de deux vecteurs.

5. Établir l'équation dont la portée est solution. Peut-on la résoudre ? Comment peut-on faire pour déterminer la portée ?
6. Montrer que le systèmes d'équations paramétriques du mouvement fait apparaitre une portée théorique maximale. Comment varie-t-elle en fonction des différents paramètres ?

Exercice 8 : chute d'une goutte de pluie avec vent latéral

On considère une goutte d'eau (masse volumique $\rho_0 = 1{,}0 \cdot 10^3\,\mathrm{kg \cdot m^{-3}}$) sphérique de rayon $R = 0{,}10\,\mathrm{mm}$, qui tombe d'un nuage sans vitesse initiale. Durant son mouvement de chute, elle est soumise à une force de frottement fluide donnée par la loi de Stokes : $\vec{F} = -6\pi\eta R\vec{v}$, où $\vec{v}$ est sa vitesse et $\eta = 2{,}0 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{Pa \cdot s}$ la viscosité de l'air. En outre, le vent exerce sur la goutte d'eau une force de direction horizontale $\vec{F_0}$ d'intensité constante. On néglige la poussée d'Archimède due à l'air.

1. Montrer qu'après un certain temps, la goutte descend selon une trajectoire rectiligne, et déterminer l'inclinaison de celle-ci par rapport à la verticale.
2. Évaluer la durée de la chute jusqu'au sol.

Exercice 9 : chute d'une boule

Une boule de masse m est lachée à la date $t = 0$ sans vitesse initiale d'une hauteur H dans le champ de pesanteur terrestre. On note z l'altitude de la balle comptée par rapport au sol, et on définit un axe vertical orienté vers le haut. Il existe une force de frottement fluide $\vec{F}$ opposée à la vitesse et proportionnelle au carré de celle-ci :

$$\|\vec{F}\| = \frac{\pi r^2 \rho}{2} \times C_x \times v^2$$

où r est le rayon de la boule, $\rho = 1{,}29\,\mathrm{kg \cdot m^{-3}}$ la masse volumique de l'air, et C_x un coefficient aérodynamique sans dimension.

1. Établir l'équation différentielle vérifiée par la vitesse. Quelle valeur de C_x faut-il choisir pour obtenir le cas sans frottement ?
2. Écrire un programme Python pour résoudre cette équation différentielle par la méthode d'Euler.
3. Quelles sont les valeurs de la vitesse lorsque la boule touche le sol si elle est lachée d'une hauteur de 1 m dans le cas d'une balle de tennis et dans le cas d'une boule de pétanque ?
4. Même question pour une hauteur initiale de 300 m. Peut-on négliger les frottements ?
5. Tracer les courbes et estimer la durée du régime transitoire pour chacune des boules lachée d'une hauteur de 300 m.

	masse	rayon	C_x
balle de tennis	0,050 kg	3,15 cm	$0,508$
boule de pétanque	0,720 kg	3,55 cm	$0,440$

Exercice 10 : la vitesse est-elle dangereuse ?

On considère une voiture de masse $m = 1 \cdot 10^3\,\mathrm{kg}$ qui roule à la vitesse $v = 90\,\mathrm{km \cdot h^{-1}}$. La voiture percute un obstacle immobile et on suppose que son immobilisation totale se fait en 10 ms. Évaluer :

- la distance parcourue par la voiture durant l'impact (indice [3],
- l'intensité de la force $\vec{F}$ que l'obstacle exerce sur la voiture,
- le nombre d'éléphants dont le poids est égal à F.

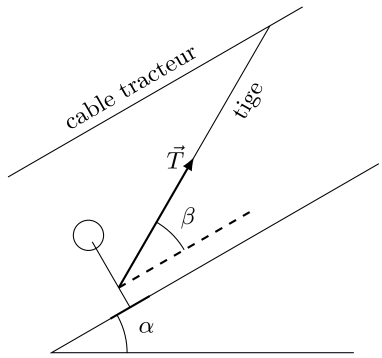
3. Supposer que l'accélération est constante pendant l'arrêt et en déduire comment l'évaluer simplement.

Travaux dirigés

Exercice 1 : évolution d'un skieur

Un skieur, de masse $m = 80\,\mathrm{kg}$ gravit une piste rectiligne de longueur totale $L = 500\,\mathrm{m}$, inclinée d'un angle $\alpha = 30°$ par rapport à l'horizontale. Initialement au repos, il est tracté par un remonte-pente, selon un mouvement qui comporte deux phases :

- une phase uniformément accélérée, d'accélération $a = 0{,}25\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$,
- une phase de vitesse constante $v = 2{,}0\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$.



Le remonte pente est modélisé par une tige inélastique de masse négligeable inclinée d'un angle $\beta = 30°$ par rapport à la piste, et qui exerce sur le skieur une force $\vec{T}$ colinéaire à la tige. Le sol exerce sur le skieur une réaction normale R_N et une réaction tangentielle R_T modélisant les frottements. Ces deux composantes sont reliées par la loi de Coulomb, valable au cours du mouvement de glissement : $R_T = f\,R_N$, où f est un coefficient indépendant de la vitesse.

1. Durant la phase de vitesse constante, la force exercée par la tige du remonte pente a été mesurée et vaut $480\,\mathrm{N}$. En déduire la force de frottement et le coefficient de frottement f.
2. Calculer la force que la tige exerce sur le skieur durant la phase d'accélération.

Exercice 2 : chute d'une balle

Une boule de masse m est lachée à la date $t = 0$ sans vitesse initiale d'une hauteur H dans le champ de pesanteur terrestre. On note z l'altitude de la balle comptée par rapport au sol, et on définit un axe vertical orienté vers le haut. Dans un premier temps, on suppose qu'il n'y a aucun frottement.

1. Déterminer la vitesse et l'altitude en fonction du temps. En déduire la vitesse en fonction de l'altitude.
2. Exprimer la vitesse avec laquelle la boule atteint le sol. Dépend-elle de la nature de la boule ?
3. Faire l'application numérique pour $H = 1\,\mathrm{m}$ et $H = 300\,\mathrm{m}$. Commenter.

On considère maintenant qu'il existe une force de frottement fluide $\vec{F}$ opposée à la vitesse et proportionnelle au carré de celle-ci :

$$\|\vec{F}\| = \frac{\pi r^2 \rho}{2} \times C_x \times v^2$$

où r est le rayon de la boule, $\rho = 1{,}29\,\mathrm{kg\cdot m^{-3}}$ la masse volumique de l'air, et C_x un coefficient aérodynamique sans dimension.

4. Montrer que la boule atteint une vitesse limite et exprimer celle-ci.
5. Calculer la vitesse limite atteinte par une balle de tennis lachée d'une hauteur de $1\,\mathrm{m}$ puis d'une hauteur de $300\,\mathrm{m}$. Peut-on négliger les frottements ?
6. Même question pour une boule de pétanque.

	masse	rayon	C_x
balle de tennis	0,050 kg	3,15 cm	$0,508$
boule de pétanque	0,720 kg	3,55 cm	$0,440$