

PROGRAMME DE COLLE DE LA SEMAINE 4.

Semaine du lundi 9 octobre au vendredi 13 octobre 2023.

**Questions de cours à connaître par cœur :**

1. Toutes les questions de cours de la semaine 3
2. Caractérisation des réels et des imaginaires purs : énoncé, démonstration.
3. Définition du module d'un nombre complexe. Interprétation géométrique. Propriétés (proposition 3 du cours) : énoncé, démonstration uniquement de  $|zz'| = |z| \cdot |z'|$ .
4. Définition du cercle trigonométrique dans le plan complexe. Définition d'un argument d'un nombre complexe non-nul et interprétation géométrique. Exemple : Déterminer un argument de  $z = \sqrt{3} - i$ .
5. Notation  $e^{i\theta} = \dots$   
Exemples avec représentation dans le plan complexe :  
 $e^{i0}, e^{i\frac{\pi}{2}}, e^{i\pi}, e^{-i\pi}, e^{-i\frac{\pi}{2}}, e^{2i\pi}$ .  
Montrer que pour tout  $\theta \in \mathbb{R}$ , pour tout  $k \in \mathbb{Z}$ ,  $e^{i(\theta+2k\pi)} = e^{i\theta}$ .
6. Formules d'Euler avec démonstration.
7. Factorisation par l'angle moitié de  $1 + e^{i\theta}$  et  $e^{i\alpha} - e^{i\beta}$ .
8. Forme trigonométrique d'un nombre complexe non-nul : définition. Exemple : déterminer la forme trigonométrique de  $1 + i$  et de  $-1 + i\sqrt{3}$ .
9. Soit  $\theta \in \mathbb{R}$ . Déterminer la forme trigonométrique de  $3e^{2i\theta}$ ,  $-3e^{i\frac{\pi}{4}}$ ,  $\sin(\theta)e^{i\theta}$ ,  $ie^{i\theta}$ .
10. Linéariser  $\sin^5 \theta$
11. Résolution dans  $\mathbb{C}$  d'une équation du second degré à coefficients réels (énoncé sans démonstration).  
Exemple : résoudre dans  $\mathbb{C}$  :  $z^2 + z + 1 = 0$ .
12. **Facultatif** Résolution dans  $\mathbb{C}$  d'une équation du second degré à coefficients réels : énoncé, démonstration.

**Thème de la colle :**

**CALCULS : Exos-Chronos 1.**

- Tous les élèves seront interrogés sur un exercice (choisi par l'examinateur) de la feuille "Exos-Chronos 1". L'exercice doit être fait en moins de 4 minutes.  
Barème : +1 si le contrat est rempli. -1 par erreur et par minute dépassée.

**ÉTUDE D'UNE FONCTION**

Ensemble de définition, réduction de l'ensemble d'étude par parité et/ou périodicité.  
Rappels sur les dérivées. Lien avec les variations d'une fonction **sur un intervalle**.  
Limites et valeurs aux bornes de l'ensemble.  
Tableau de variations, tracé.  
Application : étude de la fonction tangente.

**SOMMES ET PRODUITS**

**Notation**  $\Sigma$ . Linéarité, relation de Chasles. Changements d'indices. Application : somme télescopique.  
Sommes doubles. Exemples de sommes à connaître.

**Notation**  $\prod$ .

Propriétés. Exemples.

**Formule du binôme**

Coefficients binomiaux : définition, premières propriétés  
 $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$ ,  $\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = \dots$ ,  $\binom{n}{1} = \binom{n}{n-1}$ ,  $\dots$ ,  $\binom{n}{2} = \binom{n}{n-2} = \dots$   
Relation de Pascal. Triangle de Pascal. Formule du binôme.

## NOMBRES COMPLEXES

### **Introduction et premières définitions**

Forme algébrique. Plan complexe. Conjugué.

Écrire un nombre complexe sous forme algébrique. Déterminer la partie réelle et la partie imaginaire d'un nombre complexe.

### **Forme géométrique**

Module. Inégalités triangulaires. Cercle trigonométrique. Complexes de module 1. Argument d'un nombre complexe non-nul. Application : transformation de  $a \cos x + b \sin x$ . Exponentielle complexe : pour tout  $\theta \in \mathbb{R}$ ,  $e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$ . Formules d'Euler. Application : factorisation par l'angle moitié. Formule de Moivre. Forme trigonométrique d'un nombre complexe non nul. Linéarisation d'expressions trigonométriques (formule du binôme, triangle de Pascal).

### **Équations du second degré à coefficients réels**

Résolution dans  $\mathbb{C}$ .