

INTERROGATION ÉCRITE NUMÉRO 1. SUJET A.

Lundi 11 septembre 2023.

L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé.

Exercice 1 - Développer $(1 + 2x)^3$

$$\begin{aligned}(1 + 2x)^3 &= 1 + 3(2x) + 3(2x)^2 + (2x)^3 \\ &= 1 + 6x + 12x^2 + 8x^3\end{aligned}$$

Exercice 2 - Calculer :

$$\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos\left(\frac{3\pi}{2}\right) = 0$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin(\pi) = 0$$

$$\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}$$

$$\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan(-\pi) = 0$$

Exercice 3 - Résoudre les équations suivantes, d'inconnues $x \in \mathbb{R}$. On donnera l'ensemble des solutions de chaque équation.

1. $3x^2 + 2x - 1 = 0$

Il s'agit d'une équation du second degré.

On remarque que -1 est racine évidente

Le produit des racines vaut $-\frac{1}{3}$, donc l'autre racine est $\frac{1}{3}$

Ainsi, l'ensemble des solutions est $\left\{-1, \frac{1}{3}\right\}$

2. $|x - 2| = 4$

$$|x - 2| = 4 \Leftrightarrow x - 2 = 4 \text{ ou } x - 2 = -4$$

$$\Leftrightarrow x = 6 \text{ ou } x = -2$$

L'ensemble des solutions est $\{6, -2\}$

3. $x^2 = 3$

$$x^2 = 3 \Leftrightarrow x = \sqrt{3} \text{ ou } x = -\sqrt{3}$$

L'ensemble des solutions est $\{\sqrt{3}, -\sqrt{3}\}$

4. $\cos(x) = \frac{1}{2}$

$$\cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos \frac{\pi}{3}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi \text{ ou } x = -\frac{\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

L'ensemble des solutions est $\bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left\{ \frac{\pi}{3} + 2k\pi, -\frac{\pi}{3} + 2k\pi \right\}$

5. $\sin(x) = 2$

$$2 > 1 \text{ et } \forall x \in \mathbb{R}, -1 \leq \sin x \leq 1$$

Donc cette équation n'a pas de solution.

L'ensemble des solutions est $\emptyset$

INTERROGATION ÉCRITE NUMÉRO 1. SUJET B.

Lundi 11 septembre 2023.

L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé.

Exercice 1 - Développer $(1 - 2x)^3$

$$(1 - 2x)^3 = 1 - 3 \times 2x + 3 \times (2x)^2 - (2x)^3$$

$$\text{donc } (1 - 2x)^3 = 1 - 6x + 12x^2 - 8x^3$$

Exercice 2 - Calculer :

$$\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2}$$

$$\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) = -1$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos(\pi) = -1$$

$$\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\tan(\pi) = 0$$

Exercice 3 - Résoudre les équations suivantes, d'inconnues $x \in \mathbb{R}$. On donnera l'ensemble des solutions de chaque équation.

1. $2x^2 + 3x + 1 = 0$

Il s'agit d'une équation du second degré.

On remarque que -1 est racine évidente.Le produit des racines vaut $\frac{1}{2}$ donc l'autre racine est $-\frac{1}{2}$.Ainsi, l'ensemble des solutions est $\left\{-1, -\frac{1}{2}\right\}$.

2. $|x-1|=3$

$$|x-1|=3 \Leftrightarrow x-1=3 \text{ ou } x-1=-3$$

$$\Leftrightarrow x=4 \text{ ou } x=-2$$

L'ensemble des solutions est $\{4, -2\}$

3. $x^2=7$

$$x^2=7 \Leftrightarrow x^2-7=0$$

$$\Leftrightarrow x^2-\sqrt{7}^2=0$$

$$\Leftrightarrow (x-\sqrt{7})(x+\sqrt{7})=0$$

$$\Leftrightarrow x-\sqrt{7}=0 \text{ ou } x+\sqrt{7}=0$$

$$\Leftrightarrow x=\sqrt{7} \text{ ou } x=-\sqrt{7}$$

Donc l'ensemble des solutions est

$$\{\sqrt{7}, -\sqrt{7}\}$$

4. $\sin(x) = \frac{1}{2}$

$$\sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{6} \quad (\leftarrow \text{on remplace } \frac{1}{2} \text{ par } \sin \frac{\pi}{6})$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \text{ ou } x = \pi - \frac{\pi}{6} + 2k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$$

L'ensemble des solutions est

$$\bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left\{ \frac{\pi}{6} + 2k\pi, \frac{5\pi}{6} + 2k\pi \right\}$$

5. $\cos(x) = 2$

$$2 > 1 \text{ et } \forall x \in \mathbb{R}, -1 \leq \cos x \leq 1$$

Donc cette équation n'a pas de solution.

L'ensemble des solutions est $\emptyset$