

PROGRAMME DE COLLE DE LA SEMAINE 7.

Semaine du lundi 13 novembre au vendredi 17 novembre 2023.

Questions de cours à connaître par cœur :

1. Toutes les questions de cours de la semaine 6
2. Définition de l'application réciproque d'une bijection. Exemple : Soient $(a, b) \in \mathbb{R}^* \times \mathbb{R}$. Soit la fonction de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ définie par $f : x \mapsto ax + b$. Montrer que f est bijective et déterminer son application réciproque.
3. Montrer que

$$\begin{array}{ccc} f : \mathbb{R} \setminus \{1\} & \rightarrow & \mathbb{R} \setminus \{2\}, \\ x & \mapsto & \frac{2x+1}{x-1} \end{array}$$

est bijective et déterminer son application réciproque.

4. Soit la suite définie par $u_0 = 1$ et $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = 2u_n + 3$. Déterminer u_n en fonction de n .
5. Suite récurrente linéaire d'ordre 2 : Détermination de u_n en fonction de n . Énoncer la proposition (5).
6. Soit (u_n) la suite définie par :

$$u_0 = 0, u_1 = 1, \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+2} = u_{n+1} + u_n$$

(suite de Fibonacci)

Déterminer u_n en fonction de n .

7. Soit (u_n) la suite définie par :

$$u_0 = 1, u_1 = 2, \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+2} = 2u_{n+1} - 2u_n$$

Déterminer u_n en fonction de n .

8. Soit (u_n) la suite définie par :

$$u_0 = 1, u_1 = 1, \forall n \in \mathbb{N}, 4u_{n+2} - 4u_{n+1} + u_n$$

Déterminer u_n en fonction de n .

9. Définition d'ensemble fini, de cardinal d'un ensemble fini. Exemple : soient p et q deux entiers tels que $p \leq q$. Montrer que $\llbracket p, q \rrbracket$ est un ensemble fini dont on déterminera le cardinal.
10. Deux ensembles finis non-vides E et F ont même cardinal si, et seulement si, il existe une bijection de E vers F : énoncé, démonstration.

Thème de la colle :

CALCULS : Exos-Chronos 3-bis.

- Tous les élèves seront interrogés sur un exercice (choisi par l'examineur) de la feuille "Exos-Chronos 3" L'exercice doit être fait en moins de 4 minutes.

FONCTIONS USUELLES

Révision des fonctions valeur absolue et partie entière (chapitre de début d'année).

Fonctions logarithme népérien, exponentielle, puissance réelle, racine carrée.

APPLICATIONS

Vocabulaire des applications.

image, antécédent, graphe. Restriction et prolongement. Composition des applications. Image directe d'un ensemble par une application.

Applications injectives, surjectives, bijectives.

Applications injective, surjectives, bijectives. Exemples. Si f et g sont injectives/surjectives/bijjectives, alors $g \circ f$ est injective/surjective/bijjective. Application réciproque d'une bijection. $f \circ f^{-1} = Id$, $f^{-1} \circ f = Id$. Si f est bijective, alors f^{-1} est bijective, d'application réciproque $(f^{-1})^{-1} = f$. Si f et g sont bijectives, alors $g \circ f$ est bijective, d'application réciproque $f^{-1} \circ g^{-1}$.

EXEMPLES DE SUITES RÉCURRENTES

Rappels sur les suites arithmétiques et géométriques

Définition, somme de termes consécutifs.

Suites arithmético-géométriques

Méthode pour déterminer u_n en fonction de n .

Suites récurrentes linéaires d'ordre 2

Méthode pour déterminer u_n en fonction de n .