

PROGRAMME DE COLLE DE LA SEMAINE 9.

Semaine du lundi 27 décembre au vendredi 1er décembre 2023.

Questions de cours :

1. Toutes les questions de cours de la semaine 8.
2. **Informatique** Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie par $u_0 = 1$ et $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \sqrt{\frac{2}{u_n}}$. On admet que cette suite est bien définie.
Écrire une fonction python `suite(n)` qui prend en entrée un entier naturel n et qui renvoie le terme u_n de la suite.
Écrire deux fonctions `somme1(n)` et `somme2(n)` qui prennent en entrée un entier naturel n et qui renvoient la somme $\sum_{k=0}^n u_k$. La fonction `somme1` utilisera la fonction `suite`, mais pas la fonction `somme2`.
3. Exemples de primitives : déterminer une primitive de : $x \mapsto x^\alpha$, $x \mapsto \cos(nx)$, $x \mapsto \sin(nx)$, $x \mapsto \frac{1}{x}$, $x \mapsto \tan x$, $x \mapsto u'(x)u(x)^n$, $x \mapsto \frac{u'(x)}{u(x)}$.
Préciser qui sont α , n et u . Préciser les ensembles de définition.
Savoir exprimer x^α si $\alpha \notin \mathbb{Z}$.
4. Résolution de $y' + a(t)y = 0$, où a est une fonction continue sur un intervalle I . Énoncé, démonstration.
5. Ensemble des solutions d'une équation différentielle linéaire du premier ordre, sans démonstration.
Exemple : résoudre $y' + 2y = -1$ sur \mathbb{R} .
6. Énoncé (sans démonstration) du principe de superposition pour une EDL du premier ordre. Résoudre $y' + 2y = 2t^2 + 2t + 5$.
7. Expliquer la méthode de la variation de la constante pour rechercher une solution particulière dans une EDL du 1er ordre.
8. Résoudre $y' + y \tan t = \sin 2t$ sur $] -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$. On recherchera une solution particulière par la méthode de la variation de la constante.

Thème de la colle :

CALCULS

Poser un exercice de la liste «EXOS-CHRONOS IV». L'exercice doit être fait en moins de 4 minutes.

DÉNOMBREMENT

Cardinal d'un ensemble fini

Définitions. Théorème fondamental : deux ensembles finis non-vides E et F ont même cardinal si, et seulement si, il existe une bijection de E vers F . Partie d'un ensemble. Injections et surjections entre ensembles finis. Principe des tiroirs.

Cardinal d'une réunion

Réunion disjointe de 2 ensembles finis. Réunion quelconque de 2 ensembles finis. Réunion disjointe de n ensembles finis.

La formule du crible (réunion quelconque de n ensembles finis) est hors programme

Cardinal d'un produit cartésien

Produit cartésien de deux ensembles, de n ensembles.

p -listes sans répétitions, permutations, p -combinaisons

Définitions. E étant un ensemble fini : Nombre de p -listes sans répétitions d'éléments de E , nombre de permutations de E , nombre de p -combinaisons d'éléments de E . Exemples.

Ensemble des parties de E

E étant un ensemble fini, formule donnant le cardinal de $\mathcal{P}(E)$.

ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES LINÉAIRES

Primitives

Définition d'une primitive, existence de primitives. Primitives usuelles. Calculs de primitives simples.

EDL du premier ordre $y' + a(t)y = b(t)$

Définitions. Résolution de l'équation homogène. Ensemble des solutions dans le cas général. Recherche d'une solution particulière : solution évidente, méthode de la variation de la constante, principe de superposition. Conditions initiales.