

PROGRAMME DE COLLE DE LA SEMAINE 19.

Semaine du lundi 4 mars au vendredi 8 mars 2024.

Questions de cours :

1. Toutes les questions de cours de la semaine 18.
2. Propriété de substitution dans les équivalents : deux énoncés (l'un dans lequel on substitue une fonction, l'autre dans lequel on substitue une suite). Exemples : $\sin(e^{-2x}) \underset{+\infty}{\sim}$ et $n^{\frac{1}{n}} - 1 \sim$.
3. Limites et équivalents : énoncer le résultat qui permet de calculer la limite d'une fonction, connaissant un équivalent. Application : déterminer un équivalent en $x = 1$ puis la limite en 1 de :
$$x \mapsto \frac{\sin^2(x-1)}{2x^2 - 3x + 1}$$
 (on pourra faire le changement de variable $x = 1 + h$).
4. Définition de fonction négligeable devant une autre. Exemple : comparer x et x^3 en 0 et en $+\infty$. Expression de l'équivalence (avec " $o(g(x))$ ") (sans démonstration). Application : établir les DL à l'ordre 1 en 0 de $\sin x$, $\tan x$, $\ln(1+x)$, e^x , $\sqrt{1+x}$.
5. Définition de développement limité d'ordre n en 0 (avec un "o" (petit o) **et** avec une fonction ε).
6. Déterminer le développement limité d'ordre n en 0 de $x \mapsto \frac{1}{1-x}$, puis de $x \mapsto \frac{1}{1+x}$.
7. Développements limités à tout ordre de e^x , $\cos x$, $\sin x$, $\ln(1+x)$, $(1+x)^\alpha$. Écrire rapidement les $DL_5(0)$ et $DL_6(0)$ de $\cos x$, le $DL_6(0)$ de $\sin x$, et le $DL_3(0)$ de $\sqrt{1+x}$. **Il faut les connaître par cœur.**

Thème de la colle :

CALCULS -

Poser un exercice de la liste « EXOS-CHRONOS 8 ». L'exercice doit être fait en moins de 3 minutes.

LIMITES

Définitions : définition de : limite finie ou infinie en a fini ou infini pour une fonction. Limites à droite/à gauche. Tendre vers l par valeurs supérieures/inférieures. Exemples. Unicité de la limite.

Opérations sur les limites : Somme, produit, quotient.

Composition des limites : Limite d'une fonction composée. Exemple. Suite et limite de fonction. Corollaires : deux moyens de montrer qu'une fonction n'a pas de limite en a à l'aide de suites. Application : montrer que $x \mapsto \cos x$ n'a pas de limite en $+\infty$, et que $x \mapsto \cos \frac{1}{x}$ n'a pas de limite en 0.

Limites et inégalités : Propriété vraie au voisinage de a . Signé et limite. Passage à la limite dans une inégalité. Limite par encadrement. Extension aux limites infinies.

Limite et monotonie : Une fonction croissante sur un intervalle ouvert $]a, b[$ possède une limite en a et une limite en b . **Fonctions équivalentes** Définition. Notations. Règles à connaître. Substitution. Équivalents et limites.

Fonction négligeable devant une autre : Définition, notation "o". Exemples. Expression de l'équivalence. Exemples. Croissances comparées. Propriétés.

DÉVELOPPEMENTS LIMITÉS

Développement limité d'ordre n en a , en 0

Définition. Pour un DL en a , se ramène toujours à un DL en 0 en posant $x = a + h$. Exemples. DL de $\frac{1}{1-x}$ et $\frac{1}{1+x}$. Cas particulier d'un polynôme. Propriétés : unicité, troncature.

DL usuels, Opérations sur les DL :

Combinaison linéaire. Produit.