

PROGRAMME DE COLLE DE LA SEMAINE 20.

Semaine du lundi 11 mars au vendredi 15 mars 2024.

Questions de cours :

1. Toutes les questions de cours de la semaine 19.
2. $DL_3(0)$ de $\frac{1}{\sqrt{1+x}}$ (à retrouver). Expliquer ce qui se passe dans la formule du développement limité de $(1+x)^\alpha$ si $\alpha \in \mathbb{N}$. Exemple : $DL_4(0)$, $DL_5(0)$ et $DL_6(0)$ de $(1+x)^5$.
3. Déterminer le $DL_5(0)$ de la fonction tangente.
4. Montrer que pour étudier la limite en 0 de $\frac{f(x)}{x^n}$, un $DL_n(0)$ de f suffit. Application : déterminer la limite en 0 de $\frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x^3}$.
5. Soit $f : x \mapsto \frac{\ln(1+x)}{x}$. Effectuer un $DL_2(0)$ de f . En déduire l'allure de la courbe $\mathcal{C}_f$ au voisinage du point d'abscisse 0 (faire un dessin). On donnera l'équation de la tangente à la courbe.
6. Si $f(1+h) = 2 + \frac{h}{2} + 2h^3 + o(h^3)$, tracer l'allure locale de $\mathcal{C}_f$ au voisinage de 1. On donnera l'équation de la tangente à la courbe au point d'abscisse 1.
Si $g(x) = 1 + \frac{x}{2} - \frac{x^2}{12} + o(x^2)$, tracer l'allure locale de $\mathcal{C}_g$ au voisinage de 0. On donnera l'équation de la tangente à la courbe au point d'abscisse 0.
7. Définition de système complet. Donner deux exemples. On donnera l'univers.

Thème de la colle :

CALCULS -

Poser un exercice de la liste « EXOS-CHRONOS 8 ». L'exercice doit être fait en moins de 3 minutes.

LIMITES

Tout le cours

DÉVELOPPEMENTS LIMITÉS

Développement limité d'ordre n en a, en 0

Définition. Pour un DL en a, se ramène toujours à un DL en 0 en posant $x = a + h$. Exemples. DL de $\frac{1}{1-x}$ et $\frac{1}{1+x}$. Cas particulier d'un polynôme. Propriétés : unicité, troncature.

DL usuels

Opérations sur les DL

Combinaison linéaire. Produit. Composée de deux DL.

Applications des développements limités

Lien avec les équivalents : si f admet un $DL_n(0)$ et si ce DL est non-nul, alors f est équivalente en 0 au premier terme non-nul du DL. Application au calcul de limites. Étude locale d'une courbe.

Formule de Taylor-Young, DL de f à partir du DL de sa dérivée