

INTERROGATION ÉCRITE NUMÉRO 15 - SUJET A - VENDREDI 29 MARS 2024

L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé.

Dans chacune des expériences, reconnaître la loi de X si c'est une loi usuelle, donner l'univers image $X(\Omega)$, et la probabilité $P(X = k)$, pour tout k appartenant à $X(\Omega)$.

Aucune justification n'est demandée

1. Dans une classe de 30 élèves, 10 élèves ont 17 ans, 10 élèves ont 18 ans, et 10 élèves ont 19 ans. On choisit un élève au hasard et on note X son âge.

Loi de X (si loi usuelle) :	Univers image $X(\Omega)$	$\forall k \in X(\Omega), P(X = k)$?
$X \hookrightarrow \mathcal{U}(\llbracket 17, 19 \rrbracket)$	$\llbracket 17, 19 \rrbracket$	$\forall k \in \llbracket 17, 19 \rrbracket, P(X = k) = \frac{1}{3}$

2. Une mare contient exactement 13 perches, 5 truites et 10 gardons. On suppose que tous les poissons ont la même probabilité de mordre à l'hameçon. Un pêcheur pêche 1 poisson de cette mare. On note $X = 1$ si le poisson est une truite, 0 sinon.

Loi de X (si loi usuelle) :	Univers image $X(\Omega)$	$\forall k \in X(\Omega), P(X = k)$?
$X \hookrightarrow \mathcal{B}\left(\frac{5}{28}\right)$	$\{0, 1\}$	$P(X = 0) = \frac{23}{28}$ $P(X = 1) = \frac{5}{28}$

3. On suppose que la probabilité de naissance d'un garçon et d'une fille sont identiques. X est le nombre de garçons dans une famille de 4 enfants.

Loi de X (si loi usuelle) :	Univers image $X(\Omega)$	$\forall k \in X(\Omega), P(X = k)$?
$X \hookrightarrow \mathcal{B}\left(4, \frac{1}{2}\right)$	$\llbracket 0, 4 \rrbracket$	$P(X = k) = \binom{4}{k} \frac{1}{2^4}$

4. Un joueur de fléchettes atteint systématiquement sa cible. Une fois sur trois, il obtient 1 point, une fois sur trois il obtient 2 points, une fois sur trois il obtient 3 points. Il joue une fois. On note X le nombre de point obtenus.

Loi de X (si loi usuelle) :	Univers image $X(\Omega)$	$\forall k \in X(\Omega), P(X = k)$?
$X \hookrightarrow \underbrace{\mathcal{U}(\llbracket 1, 3 \rrbracket)}_{\mathcal{U}(3)}$	$\llbracket 1, 3 \rrbracket$	$P(X = k) = \frac{1}{3}$

5. Une urne contient des boules numérotées de 1 à 20. On en choisit 15 successivement, avec remise. On note X le nombre de boules dont le numéro est pair.

Loi de X (si loi usuelle) :	Univers image $X(\Omega)$	$\forall k \in X(\Omega), P(X = k)$?
$X \hookrightarrow \mathcal{B}\left(15, \frac{1}{2}\right)$	$\llbracket 0, 15 \rrbracket$	$P(X = k) = \binom{15}{k} \frac{1}{2^{15}}$

6. On tire une main de 5 cartes d'un jeu de 32 cartes. On définit la VAR X qui vaut 1 si la main ne contient aucun cœur, et 0 si elle contient au-moins une carte de cœur.

Loi de X (si loi usuelle) :	Univers image $X(\Omega)$	$\forall k \in X(\Omega), P(X = k) ?$
$\mathbb{B}\left(\frac{\binom{24}{5}}{\binom{32}{5}}\right)$	$\{0, 1\}$	$\textcircled{x}$

On note $\mathcal{E}$ l'ensemble des 32 cartes.

On considère l'univers $\Omega = \mathcal{S}_5(\mathcal{E})$ (ensemble des 5-combinaisons d'éléments de $\mathcal{E}$) (card $\Omega = \binom{32}{5}$)

On munit Ω de la probabilité uniforme car tous les tirages sont équiprobables

$$\text{card}(X=1) = \frac{\binom{24}{5}}{\binom{32}{5}} \quad \text{donc} \quad P(X=1) = \frac{\binom{24}{5}}{\binom{32}{5}} \quad \left. \begin{array}{l} \text{(probabilité} \\ \text{uniforme)} \end{array} \right\} \textcircled{x}$$

$$\text{donc} \quad P(X=0) = 1 - P(X=1) = 1 - \frac{\binom{24}{5}}{\binom{32}{5}}$$

CORRECTION

NOM :

BCPST 12

Interrogation écrite numéro 15.

INTERROGATION ÉCRITE NUMÉRO 15 - SUJET B - VENDREDI 29 MARS 2024

L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé.

Dans chacune des expériences, reconnaître la loi de X si c'est une loi usuelle, donner l'univers image $X(\Omega)$, et la probabilité $P(X = k)$, pour tout k appartenant à $X(\Omega)$.

Aucune justification n'est demandée

1. Un joueur de fléchettes atteint systématiquement sa cible. Une fois sur trois, il obtient 1 point, une fois sur trois il obtient 2 points, une fois sur trois il obtient 3 points. Il joue une fois. On note X le nombre de point obtenus.

Loi de X (si loi usuelle) :	Univers image $X(\Omega)$	$\forall k \in X(\Omega), P(X = k)$?
$X \hookrightarrow \mathcal{U}_3(\underbrace{[1, 3]}_{\mathcal{U}_3(3)})$	$X(\Omega) = [1, 3]$	$\forall k \in [1, 3], P(X = k) = \frac{1}{3}$

2. Dans une classe de 30 élèves, 10 élèves ont 17 ans, 10 élèves ont 18 ans, et 10 élèves ont 19 ans. On choisit un élève au hasard et on note X son âge.

Loi de X (si loi usuelle) :	Univers image $X(\Omega)$	$\forall k \in X(\Omega), P(X = k)$?
$X \hookrightarrow \mathcal{U}_3([17, 19])$	$X(\Omega) = [17, 19]$	$\forall k \in [17, 19], P(X = k) = \frac{1}{3}$

3. Une mare contient exactement 10 perches, 5 truites et 18 gardons. On suppose que tous les poissons ont la même probabilité de mordre à l'hameçon. Un pêcheur pêche 1 poisson de cette mare. On note $X = 1$ si le poisson est une truite, 0 sinon.

Loi de X (si loi usuelle) :	Univers image $X(\Omega)$	$\forall k \in X(\Omega), P(X = k)$?
$X \hookrightarrow \mathcal{B}(\frac{5}{33})$	$X(\Omega) = \{0, 1\}$	$P(X = 1) = \frac{5}{33}$ $P(X = 0) = \frac{28}{33}$

4. Une urne contient des boules numérotées de 1 à 20. On en choisit 15 successivement, avec remise. On note X le nombre de boules dont le numéro est pair.

Loi de X (si loi usuelle) :	Univers image $X(\Omega)$	$\forall k \in X(\Omega), P(X = k)$?
$X \hookrightarrow \mathcal{B}(15, \frac{1}{2})$	$X(\Omega) = [0, 15]$	$\forall k \in [0, 15], P(X = k) = \binom{15}{k} \frac{1}{2^{15}}$

5. On suppose que la probabilité de naissance d'un garçon et d'une fille sont identiques. X est le nombre de garçons dans une famille de 4 enfants.

Loi de X (si loi usuelle) :	Univers image $X(\Omega)$	$\forall k \in X(\Omega), P(X = k)$?
$X \hookrightarrow \mathcal{B}(4, \frac{1}{2})$	$X(\Omega) = [0, 4]$	$\forall k \in [0, 4], P(X = k) = \binom{4}{k} \frac{1}{2^4}$

6. On tire une main de 5 cartes d'un jeu de 32 cartes. On définit la VAR X qui vaut 1 si la main ne contient aucune figure (Valet, Dame, Roi), et 0 si elle contient au-moins une figure.

Loi de X (si loi usuelle) :	Univers image $X(\Omega)$	$\forall k \in X(\Omega), P(X = k) ?$
$X \subset \mathcal{B} \left(\frac{\binom{20}{5}}{\binom{32}{5}} \right)$	$\{0, 1\}$	$\textcircled{*}$

On note $\mathcal{E}$ l'ensemble des 32 cartes. $\mathcal{E} = \{1\heartsuit, 7\heartsuit, \dots, 12\heartsuit, 1\diamondsuit, \dots\}$

On considère l'univers $\Omega = \mathcal{P}_5(\mathcal{E})$ (ensemble des 5 combinaisons d'éléments de $\mathcal{E}$) (card $\Omega = \binom{32}{5}$), muni de la probabilité uniforme (car tous les résultats sont équiprobables)

$$\left. \begin{aligned} \text{card}(X=1) &= \binom{20}{5} \text{ donc } P(X=1) = \frac{\binom{20}{5}}{\binom{32}{5}} \quad (\text{proba uniforme}) \\ \text{donc } P(X=0) &= 1 - P(X=1) = 1 - \frac{\binom{20}{5}}{\binom{32}{5}} \end{aligned} \right\} \textcircled{*}$$