

RÉVISIONS, CALCULS DANS $\mathbb{R}$.

Exercice 1. Résoudre les équations suivantes d'inconnues $x \in \mathbb{R}$:

1. $2x^2 - 1 = 0$

2. $x^2 + 3 = 0$

3. $x^2 - x - 1 = 0$

4. $2x^2 + x - 3 = 0$

5. $x^2 + 1 = x$

6. $x^2 + 6x + 9 = 0$

7. $\cos x = \frac{1}{2}$

8. $\sin^2 x = \frac{3}{4}$

9. $2\cos^2 x - 5\cos x + 2 = 0$

10. $|x| = 3$

11. $|x + 5| = 3$

Exercice 2. Soient x et y deux nombres réels. Dans chacun des cas suivants :

- comparer x^2 et y^2 ,

- en supposant x et y non-nuls, comparer $\frac{1}{x}$ et $\frac{1}{y}$.

1. $0 \leq x \leq y$.

2. $0 \leq x < y$.

3. $x \leq y \leq 0$.

4. $x \leq y$.

Exercice 3. Résoudre les inéquations suivantes d'inconnues $x \in \mathbb{R}$:

1. $|x| \leq 2$,

2. $|x - 1| \leq 2$,

3. $|x + 2| > -4$,

4. $|x + 1| > 3$,

5. $-3x + 4 \geq 1$,

6. $x^2 - 2x - 3 \leq 0$,

7. $x^2 + 2x + 2 \geq 0$,

8. $\cos x \geq 0$,

9. $\sin x > \frac{1}{2}$.

10. $\cos x < -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Exercice 4. Simplifier :

1. $\frac{36}{120}, \frac{24}{320}, \frac{280}{49}$.

2. $\frac{1-a}{1-a^2}$ (où $a \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$).

3. $\frac{10!}{8!}, \frac{5!}{3!.2!}$.

4. $\frac{1}{12} + \frac{7}{18}$.

5. $\frac{3}{14} + \frac{5}{21}$.

6. $\frac{2}{15} + \frac{3}{25}$.

Rappel : $n!$ se lit “factorielle n” et désigne l'entier $n \times (n-1) \times (n-2) \dots \times 2 \times 1$.
exemple : $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$.

Exercice 5. Dériver les fonctions suivantes après avoir précisé sur quels ensembles elles sont dérivables :

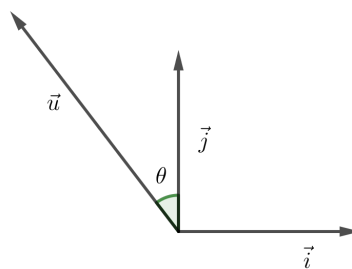
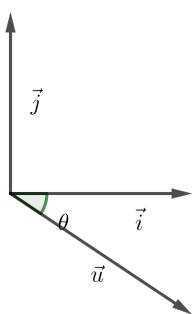
$$f_1 : x \mapsto xe^x, \quad f_2 : x \mapsto x^5 + 2x, \quad f_3 : x \mapsto 2x \sin x, \quad f_4 : x \mapsto \sin x \cos x,$$

$$g_1 : x \mapsto \cos^3 x, \quad g_2 : x \mapsto \cos 3x, \quad g_3 : x \mapsto (1 + 3x)^5, \quad g_4 : x \mapsto \tan(x),$$

$$h_1 : x \mapsto x \ln x, \quad h_2 : x \mapsto \ln(1 + x^2), \quad h_3 : x \mapsto \frac{2x+1}{x^4+2}, \quad h_4 : x \mapsto e^{\sin 3x},$$

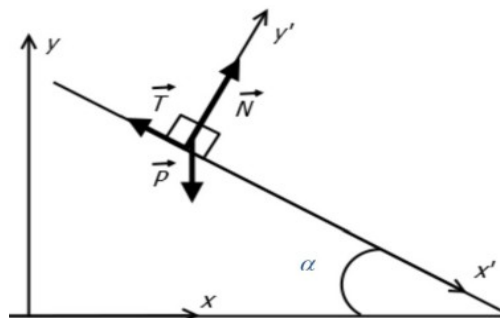
$$i_1 : x \mapsto \tan(2x), \quad i_2 : x \mapsto \ln(\ln x), \quad i_3 : x \mapsto \sqrt{3x+2}, \quad i_4 : x \mapsto \frac{1}{\ln x}.$$

Exercice 6. Dans chaque configuration, déterminer les coordonnées du vecteur $\vec{u}$ dans la base $(\vec{i}, \vec{j})$, en fonction de l'angle θ ($\in [0, \frac{\pi}{2}]$) et de $\ell = \|\vec{u}\|$.



Exercice 7.

On considère un palet sur un plan incliné d'un angle α par rapport à l'horizontale. Ce palet subit trois forces : son poids, caractérisé par la vecteur $\vec{P}$ de norme P , et, de la part du support, la réaction normale $\vec{N}$ de norme N et la réaction tangentielle $\vec{T}$ de norme T (frottements). On considère par ailleurs deux bases orthonormées du plan : $(\vec{u}_x, \vec{u}_y)$ et $(\vec{u}_{x'}, \vec{u}_{y'})$ (voir dessin).



1. Exprimer les trois forces considérées dans la base $(\vec{u}_{x'}, \vec{u}_{y'})$.
2. Exprimer la résultante $\vec{P} + \vec{T} + \vec{N}$ dans la base $(\vec{u}_{x'}, \vec{u}_{y'})$.