

PROGRAMME DE COLLE DE LA SEMAINE 11.

Semaine du lundi 8 décembre au vendredi 12 décembre 2024.

Questions de cours :

1. Toutes les questions de cours de la semaine 10.
2. Définition du produit de deux matrices (préciser les ensembles et les contraintes). Propriétés (proposition 3 du cours : ce qu'on a le droit de faire et ce qu'on n'a pas le droit de faire).
3. Définition de la matrice identité I_n . Montrer que cette matrice est élément neutre du produit de $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$, c'est à dire que pour toute matrice $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$, $AI_n = I_nA = A$ (on pourra montrer une seule des deux égalités).
4. Formule du binôme dans $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$. Exemple : calculer les puissances p^{iemes} de :
$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$
5. Définition de matrice inversible. Montrer que l'inverse est unique. Donner un exemple de matrice inversible et un exemple de matrice non-inversible. Justifier.
6. Cas particulier de l'inverse d'une matrice 2×2 . Énoncé, démonstration. (on énoncera sans démonstration les deux lemmes utilisés).
7. Calcul pratique de l'inverse d'une matrice à l'aide d'un système. Proposition. Exemple : la matrice suivante est-elle inversible, Si oui, déterminer son inverse :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Thème de la colle :

CALCULS

Poser un exercice de la liste «EXOS-CHRONOS 4». L'exercice doit être fait en moins de 4 minutes.

SYSTÈMES LINÉAIRES

Méthode du pivot de Gauss

Rang d'un système.

MATRICES

Définitions et opérations sur les matrices

Matrice de taille (n, p) . Égalité de deux matrices. Addition. Multiplication par un scalaire. Produit matriciel. Propriétés. Transposition.

Matrices carrées

Définition. Propriétés du produit de $M_n(\mathbb{K})$. Matrice identité. Puissance n^{ieme} d'une matrice carrée. Formule du binôme, pour deux matrices qui commutent. Matrices inversibles : définition, exemples. Inverse d'une transposée, d'un produit, d'une puissance, de matrices inversibles. Cas particulier d'une matrice 2×2 . Méthode pour déterminer si une matrice est inversible et, si c'est le cas, pour en déterminer l'inverse (avec un système linéaire).