

PROGRAMME DE COLLE DE LA SEMAINE 16.

Semaine du lundi 27 janvier au vendredi 31 janvier 2025.

Questions de cours :

1. Toutes les questions de cours de la semaine 15.
2. Définition de suites équivalentes. Proposition ("Critère pratique") : énoncé et démonstration.
3. Propriétés des \sim : énoncés (sans démonstration). Interdictions : donner deux exemples les illustrant.
4. Équivalents à connaître (si u_n tend vers 0, équivalents de $\sin u_n$, $\tan u_n$, $\ln(1 + u_n)$, $e^{u_n} - 1$, $\sqrt{1 + u_n} - 1$, $\cos(u_n) - 1$) : énoncé. Démonstration de $\sin u_n \sim \dots$, et $\ln(1 + u_n) \sim \dots$ dans le cas où (u_n) ne s'annule pas. (on admettra les limites utilisées)
5. Théorème de compositions des limites pour deux fonctions. Énoncé (sans démonstration). Application : déterminer la limite quand x tend vers $+\infty$ de $e^x \sin(e^{-x})$ et quand x tend vers 0 de $(1 + x)^{\frac{1}{x}}$.
6. En admettant le théorème de composition des limites, énoncer et montrer les deux corollaires (deux moyens de montrer qu'une fonction n'a pas de limite en a).
7. Montrer que $x \mapsto \cos \frac{1}{x}$ n'a pas de limite en 0. Tracer l'allure du graphe au voisinage de 0.
8. Théorème d'existence de limite par encadrement : énoncé (sans démonstration). Application : montrer que le produit d'une fonction bornée et d'une fonction qui tend vers 0 en $a \in \mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\}$ est une fonction qui tend vers 0 en a .

Thème de la colle :

CALCULS

Exos-chronos 6

SUITES RÉELLES

Tout le cours (voir semaine précédente)

SUITES ÉQUIVALENTES

Définitions et exemples

Propriétés

Règles à connaître : réflexivité, transitivité, multiplication par un nombre réel, produit, quotient des équivalents, puissance. Interdiction de sommer les équivalents, de composer par une fonction quelconque. Exemples.

Théorèmes

limites et équivalents. Équivalents à connaître. Application aux calculs de limites. Croissances comparées.

LIMITES

Définitions

définition de : limite finie ou infinie en a fini ou infini pour une fonction. Limites à droite/à gauche. Tendre vers l par valeurs supérieures/inférieures. Exemples. Unicité de la limite.

Opérations sur les limites

Somme, produit, quotient. Croissances comparées.

Composition des limites

Limite d'une fonction composée. Exemple. Suite et limite de fonction. Corollaires : deux moyens de montrer qu'une fonction n'a pas de limite en a à l'aide de suites. Application : montrer que $x \mapsto \cos x$ n'a pas de limite en $+\infty$, et que $x \mapsto \cos \frac{1}{x}$ n'a pas de limite en 0.

Limites et inégalités

Propriété vraie au voisinage de a . Signe et limite. Passage à la limite dans une inégalité. Limite par encadrement. Extension aux limites infinies.