

PROGRAMME DE COLLE DE LA SEMAINE 17.

Semaine du lundi 3 février au vendredi 7 février 2025.

Questions de cours :

1. Toutes les questions de cours de la semaine 16.
2. Définition de fonctions équivalentes. Critère pratique. Déterminer un équivalent de $3x^2 - 2x - 4$ en $+\infty$, en 0, puis un équivalent en 0 de $3x^2 + 4x$.
3. Propriété de substitution dans les équivalents : deux énoncés (l'un dans lequel on substitue une fonction, l'autre dans lequel on substitue une suite). Exemples : $\sin(e^{-2x}) \underset{+\infty}{\sim}$ et $n^{\frac{1}{n}} - 1 \sim$.
4. Définition de fonction négligeable devant une autre. Exemple : comparer x et x^3 en 0 et en $+\infty$. Critère pratique (énoncé sans démonstration). Expression de l'équivalence (avec " $o(g(x))$ ") (sans démonstration). Application : établir les DL à l'ordre 1 en 0 de $\sin x$, $\tan x$, $\ln(1+x)$, e^x , $\sqrt{1+x}$.
5. Définition de développement limité d'ordre n en 0 (avec un " o " (petit o) **et** avec une fonction ε).
6. Déterminer le développement limité d'ordre n en 0 de $x \mapsto \frac{1}{1-x}$, puis de $x \mapsto \frac{1}{1+x}$.
7. Développements limités à tout ordre de e^x , $\cos x$, $\sin x$, $\ln(1+x)$, $(1+x)^\alpha$. Écrire rapidement les $DL_5(0)$ et $DL_6(0)$ de $\cos x$, le $DL_6(0)$ de $\sin x$, et le $DL_3(0)$ de $\sqrt{1+x}$. **Il faut les connaître par cœur.**
8. $DL_3(0)$ de $\frac{1}{\sqrt{1+x}}$ (à retrouver). Expliquer ce qui se passe dans la formule du développement limité de $(1+x)^\alpha$ si $\alpha \in \mathbb{N}$. Exemple : $DL_5(0)$ de $(1+x)^5$.

Thème de la colle :

CALCULS -

Poser un exercice de la liste « EXOS-CHRONOS 7 ». L'exercice doit être fait en moins de 3 minutes.

LIMITES

Définitions : définition de : limite finie ou infinie en a fini ou infini pour une fonction. Limites à droite/à gauche. Tendre vers l par valeurs supérieures/inférieures. Exemples. Unicité de la limite.

Opérations sur les limites : Somme, produit, quotient.

Composition des limites : Limite d'une fonction composée. Exemple. Suite et limite de fonction. Corollaires : deux moyens de montrer qu'une fonction n'a pas de limite en a à l'aide de suites. Application : montrer que $x \mapsto \cos x$ n'a pas de limite en $+\infty$, et que $x \mapsto \cos \frac{1}{x}$ n'a pas de limite en 0.

Limites et inégalités : Propriété vraie au voisinage de a . Signé et limite. Passage à la limite dans une inégalité. Limite par encadrement. Extension aux limites infinies.

Limite et monotonie : Une fonction croissante sur un intervalle ouvert $]a, b[$ possède une limite en a et une limite en b . **Fonctions équivalentes** Définition. Notations. Règles à connaître. Substitution. Équivalents et limites.

Fonction négligeable devant une autre : Définition, notation " o ". Exemples. Expression de l'équivalence. Exemples. Croissances comparées. Propriétés.