Programme de colle de la semaine 21.

Semaine du lundi 17 mars au vendredi 21 mars 2025.

Questions de cours :

1. Toutes les questions de cours de la semaine 20.
2. Définition de la variance d'une variable aléatoire X. Formule de Koenig-Huygens et sa démonstration.
3. Montrer que si X suit la loi uniforme sur $[\![1,n]\!]$, alors $E(X)=\dfrac{n+1}{2}$ et $V(X)=\dfrac{n^2-1}{12}$.
4. Expression de $k\dbinom{n}{k}$. Démonstration.
5. Montrer que si X suit la loi binomiale de paramètres n, p, alors $E(X)=np$ (on pourra admettre un lemme du cours, à énoncer précisément).
6. En admettant le théorème de transfert montrer que si X et Y sont deux VAR indépendantes, alors E(XY)=E(X)E(Y).
7. En admettant la linéarité de l'espérance et la propriété précédente, montrer que si X et Y sont deux VAR indépendantes, alors V(X+Y)=V(X)+V(Y).

Thème de la colle :

PAS D'EXO-CHRONO cette semaine.

ESPACES PROBABILISÉS FINIS
Tout le cours (voir programme de colle de la semaine 20)

VARIABLES ALÉATOIRES

Variables aléatoires réelles
Définition. Exemples. Loi de probabilité d'une VAR. Représentation d'une loi de probabilité. Système complet associé à une VAR. Fonction de répartition.

Lois usuelles
Loi certaine. Loi uniforme. Loi de Bernoulli. Loi binomiale.

Espérance et moment
Espérance : définition, exemples. Théorème de transfert (espérance d'une composée). Moment d'ordre r. Variance. Écart-type. Exemple illustrant que la variance et l'écart-type mesurent la dispersion d'une VAR autour de son espérance. Variable aléatoire réduite, centrée réduite associée à une VAR. Formule de Koenig-Huygens.Formule de Bienayme-Tchebytchev.

Espérance et variance des lois usuelles
Loi certaine, loi uniforme, loi de Bernoulli, (loi binomiale : pas encore vue).
Variables aléatoires indépendantes
Définition. Si $X(\Omega)=\{x_1,...x_n\}$ et $Y(\Omega)=\{y_1,...y_m\}$, représentation des $P(X=x_i\cap Y=y_j)$ dans un tableau. Exemples.
Propriétés : si X et Y sont indépendantes, alors E(XY)=E(X)E(Y) et V(X+Y)=V(X)+V(Y).
Indépendance mutuelle de n VAR. Généralisation des propriétés précédentes au cas de n VAR mutuellement indépendantes.