

PROGRAMME DE COLLE DE LA SEMAINE 22

Semaine du mardi 24 mars au vendredi 28 mars 2025.

Questions de cours :

1. Toutes les questions de cours de la semaine 21.
2. Définition de fonction continue en un point, de fonction prolongeable par continuité en un point.
Exemple : montrer que $x \mapsto \frac{\sin x}{x}$ est prolongeable par continuité en 0.
3. Montrer que

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto \begin{cases} x \cos \frac{1}{x} & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

est continue sur $\mathbb{R}$. On précisera oralement la méthode pour traiter ce type de fonctions.

4. Lemme précédant l'énoncé du théorème des valeurs intermédiaires avec illustration graphique (sans démonstration). Donner une fonction python **dichotomie(a,b,f,eps)** qui renvoie une valeur approchée à ϵ près d'une racine de l'équation " $f(x) = 0$ " sur $[a, b]$.
5. Théorème des valeurs intermédiaires : énoncé sans démonstration. Illustration graphique. Remarques.
6. Théorème de la bijection : énoncé.

• Si le tableau de variation de f est :

x	a	b
f	c	d

ici, on peut poser $I =$
alors $f(I) =$

alors celui de f^{-1} est :

• Si le tableau de variation de f est :

x	a	b
f	c	d

ici, on peut poser $I =$
alors $f(I) =$

alors celui de f^{-1} est :

7. Définition des fonctions racines n -ièmes, pour n entier supérieur ou égal à 2. Illustration graphique.
8. Définition de la fonction Arctangente. Tracé de la courbe (obtenue à partir de la courbe de $\tan$ sur $] -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} [$). Remarques découlant de la définition (il y en a 5).

Thème de la colle :

VARIABLES ALÉATOIRES

Tout le cours.

CONTINUITÉ

Fonction continue

Continuité en un point. Prolongement par continuité. Continuité à droite/gauche en un point. Fonction continue sur un ensemble. Opérations sur les fonctions continues. Suites et fonctions continues.

Image d'un intervalle par une fonction continue

Rappel : intervalles. Fonction continue changeant de signe sur un intervalle. Théorème des valeurs intermédiaires. Image d'un segment.

Théorème de la bijection et applications

Théorème de la bijection. Exemple : fonction racine $n^{ième}$, fonction Arctangente.