

PROGRAMME DE COLLE DE LA SEMAINE 25.

Semaine du lundi 28 avril au vendredi 2 mai 2024.

Questions de cours :

1. Toutes les questions de la semaine 24.
2. Base et dimension d'un espace vectoriel : définition-proposition. Expliquer comment montrer qu'une famille est une base d'un \mathbb{K} -espace vectoriel E :
 - si on ne connaît pas la dimension de E ,
 - si on connaît la dimension de E (dimension finie).
3. Famille génératrice et base, Famille libre et base : énoncés (sans démonstration) des deux théorèmes ("Base extraite", "base incomplète"). Exemples :
 - La famille $((1, 2, 0, 0), (1, 1, 1, 1), (0, 1, 0, 1))$ est-elle une famille génératrice de \mathbb{C}^4 ?
 - La famille $((1, 4, 0), (-\sqrt{5}, 1, 1), (0, -2, 1), (\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}))$ est-elle libre ?
4. Expliquer comment on extrait une base à partir d'une famille génératrice d'un espace vectoriel. On montrera que si v est combinaison linéaire de u_1, \dots, u_p , alors $\text{vect}(v, u_1, \dots, u_p) = \text{vect}(u_1, \dots, u_p)$.
5. Coordonnées : définition/proposition. Démonstration de l'existence et de l'unicité des coordonnées d'un vecteur dans une base.
6. Soit $\mathcal{B} = ((1, 0, 1), (1, 1, 0), (0, 0, 1))$. Montrer que \mathcal{B} est une base de \mathbb{R}^3 et déterminer les coordonnées d'un vecteur $(a, b, c) \in \mathbb{R}^3$ dans cette base.
7. Soit $F = \text{vect}((1, 1, 0), (0, 1, 1))$ et $G = \text{vect}((1, 2, 1), (1, 0, -1))$. Montrer que $F = G$. On citera précisément la proposition du cours utilisée (inclusion de deux sous-espaces vectoriels).

Thème de la colle :

CALCULS - Poser un exercice de la liste « EXOS-CHRONOS 10 ». L'exercice doit être fait en moins de 4 minutes.

ESPACES VECTORIELS

Définition générale d'espace vectoriel

Définition (hors programme). Exemples. Combinaisons linéaires.

Sous-espaces vectoriels

Définition. Exemples. Intersection, réunion de sous-espaces vectoriels. Sous-espace vectoriel engendré par une famille de vecteurs.

Famille génératrice. Famille libre.

Colinéarité de deux vecteurs. Cas particulier de deux vecteurs. Caractérisation des familles liées. Bases.

Dimension. Exemples.

Famille génératrice et base (théorème de la base extraite et conséquences). Famille libre et base (théorème de la base incomplète et conséquences. Le théorème de la base incomplète est hors programme. Ses conséquences sont au programme).

Inclusion de deux sous-espaces vectoriels. Coordonnées.