

PROGRAMME DE COLLE DE LA SEMAINE 29.

Semaine du lundi 2 juin au vendredi 6 juin 2025.

**Questions de cours :**

1. Toutes les questions de la semaine 28.
2. Formules de trigonométrie par coeur :  $\cos(a+b)$ ,  $\cos(a-b)$ ,  $\cos(2a)$ ,  $\sin(a+b)$ ,  $\sin(a-b)$ ,  $\sin(2a)$ ,  $\tan(a+b)$ ,  $\tan(a-b)$ ,  $\tan(2a)$ ,  $\cos^2(a)$ ,  $\sin^2(a)$ .
3. Convergence des sommes de Riemann (uniquement le corollaire, énoncé sans démonstration). Interprétation graphique. Application : calculer la limite quand  $n$  tend vers  $+\infty$  de  $\sum_{k=0}^{n-1} \frac{1}{n+k}$ .
4. Soit  $u$  une fonction définie sur un intervalle  $I$ , dérivable sur  $I$ . Donner une primitive de :  
 $f : x \mapsto \frac{u'(x)}{u(x)}$ ,  $g : x \mapsto u'(x)e^{u(x)}$ ,  $h : x \mapsto u'(x)u(x)^n$  ( $n \in \mathbb{Z} \setminus \{-1\}$ ),  
 $i : x \mapsto u'(x)[u(x)]^3$ ,  $j : x \mapsto u'(x)u(x)$ ,  $k : x \mapsto \frac{u'(x)}{1+(u(x))^2}$ .  
On précisera, s'il y en a, les contraintes sur  $u$ .
5. Donner une primitive de chacune des fonctions suivantes, sur des intervalles que l'on précisera :  
 $x \mapsto \cos x \sin x$ ,  $x \mapsto \cos^3 x$ ,  $x \mapsto \frac{1}{x \ln x}$ ,  $x \mapsto \frac{x+1}{x^2+2x-3}$ .
6. Si  $f$  est continue sur un intervalle  $I$ , et si  $x_0 \in I$ , la fonction  $x \mapsto \int_{x_0}^x f(t) dt$  est l'unique primitive de  $f$  sur  $I$  qui... : Énoncé, démonstration.
7. Intégration par partie : formule. Application : déterminer une primitive de  $\ln$  sur  $\mathbb{R}_+^*$ .
8. Changement de variable : théorème, démonstration. En pratique, expliquer les étapes qui conduisent à la nouvelle intégrale.
9. Calculer  $\int_0^1 \sqrt{1-t^2} dt$  et  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (1+\sin x) \cos x dx$ .

**Thème de la colle :**

**CALCULS : EXOS-CHRONOS 11**

**INTÉGRATION :**

**Intégrale d'une fonction continue sur un segment.**

Définition : l'intégrale de  $f$  entre  $a$  et  $b$  est l'aire algébrique du domaine délimité par la courbe. Exemples  
**Calculer une intégrale.**

Rappel : primitive d'une fonction continue sur un intervalle. Tableau des primitives usuelles. Calcul de l'intégrale de  $f$  avec une primitive de  $f$ .

**Propriétés.**

Relation de Chasles. Linéarité. Positivité. Croissance. Inégalité de la moyenne. Inégalité triangulaire continue.

**Convergence des sommes de Riemann.**

Principe. Convergence des sommes de Riemann.

**CALCULS DE PRIMITIVES :**

**Reconnaissance de primitives.**

Quand la fonction à intégrer est du type  $x \mapsto u'(x)f(u(x))$ . Définir par une intégrale l'unique primitive de  $f$  qui s'annule en  $x_0$ .

**Intégration par parties.**

Principe. Exemples.

**Changement de variables.**

Principe. Exemples.

**Primitives de  $x \mapsto P(x)e^{ax}$ , ou  $x \mapsto P(x)\cos(ax)$ , ou  $x \mapsto P(x)\sin(ax)$ , où  $P$  est un polynôme.**