

PROGRAMME DE COLLE DE LA SEMAINE 2.

Semaine du lundi 22 septembre au vendredi 26 septembre 2025.

Questions de cours à connaître par cœur :

1. Toutes les questions de cours de la semaine 1.
2. Formulaire : outils **ENS1, ENS2, LOG1, LOG2, LOG3, LOG4**
(Si A et B sont deux ensembles, et P et Q deux propositions, comment prouver $A \subset B$, $A = B$, $P \implies Q$, $P \iff Q$, $P \implies Q$ par contraposition, et quelle est la négation de $P \implies Q$.)
3. Graphe de la fonction \ln . Propriétés (propositions 3 et 4 du cours) sans démonstration.
4. Graphe de la fonction exponentielle. Propriétés (propositions 6 et 7 du cours) sans démonstration.
5. Définition de la fonction puissance réelle ($f_\alpha : x \mapsto x^\alpha$ pour $\alpha \in \mathbb{R}$ fixé). Montrer que cette fonction est dérivable sur \mathbb{R}_+^* et déterminer sa dérivée. Graphe de $x \mapsto x^\alpha$ en fonction des valeurs de α .
6. Propriétés de la fonction puissance réelle : $a^\alpha a^\beta = \dots$, $\frac{a^\alpha}{a^\beta} = \dots$, $(a^\alpha)^\beta = \dots$, $(ab)^\alpha = \dots$. Avec démonstration.
7. Déterminer l'ensemble de dérivabilité et la dérivée des fonctions :
 $f : x \mapsto x^5$, $g : x \mapsto \frac{1}{x^3}$, $h : x \mapsto \frac{1}{x}$, $i : x \mapsto \sqrt{x}$, $j : x \mapsto \ln x$, $k : x \mapsto \exp(x)$, $x \mapsto \sin(x)$, $x \mapsto \cos(x)$, $x \mapsto \tan(x)$.
On expliquera la formule (générale) qui permet d'obtenir les dérivées des deux premières fonctions.

Thème de la colle :

RAPPELS DE CALCULS DANS \mathbb{R} .

Inégalités

addition, multiplication, inverse, composition par une fonction quelconque.

Valeur absolue

définition. Propriétés. Résolutions d'équations et d'inéquations.

Trinôme Recherche des racines réelles. Somme et produit des racines. Signe d'un trinôme.

Partie entière

définition. Propriétés. Graphe.

Puissances

rappels de calculs sur les exposants. Identités remarquables.

TRIGONOMETRIE

Construction géométrique du **sinus**, du **cosinus**, et de la **tangente** d'un angle. Tableau des valeurs particulières. Premières formules de trigonométrie s'illustrant grâce à des symétries sur le cercle trigonométrique (voir questions de cours).

Propriétés de la fonction sinus, de la fonction cosinus, de la fonction tangente.

Résolution d'équations trigonométriques.

Formules de trigonométrie.

ÉLÉMENTS DE LOGIQUE, MÉTHODES DE RAISONNEMENTS

Propositions :

Définitions. Négation. Connecteurs ET, OU. Implication. Réciproque. Contraposée. Condition nécessaire, condition suffisante. Équivalence. CNS.

Quantificateurs :

\forall , \exists , $\exists!$. Négation et quantificateurs.

Méthodes de raisonnements : comment prouver $P \implies Q$ (directement, par contraposition). Comment prouver $P \iff Q$. Raisonnement par l'absurde. Raisonnement par récurrence (simple, à deux pas, forte).

Vocabulaire des ensembles

Exemples d'ensembles. Appartenance et inclusion. Complémentaire. Opérations sur les ensembles (intersection, réunion, différence, produit cartésien). Ensemble des parties d'un ensemble E .

FONCTIONS USUELLES

Fonctions racine carrée, logarithme népérien, exponentielle : définition, propriétés, graphes, exemples.
Croissances comparées. Définition de la fonction puissance réelle. Dérivabilité et calcul de la dérivée.

ÉTUDE DE FONCTION

Ensemble de définition, réduction de l'ensemble d'étude par parité et/ou périodicité.
Rappels sur les dérivées. Lien avec les variations d'une fonction **sur un intervalle**.