

INTERROGATION ÉCRITE NUMÉRO 1. SUJET A.

Vendredi 5 septembre 2025.

L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé.

Exercice 1 - Résoudre les équations et inéquations suivantes, d'inconnue $x \in \mathbb{R}$.

On donnera l'ensemble des solutions de chaque équation :

(a) $4x^2 + 1 = 0$

 $\forall x \in \mathbb{R}, 4x^2 + 1 > 0$ donc cette équation n'a pas de solution.L'ensemble des solutions est $\emptyset$.

(b) $2x^2 - 3 = 0$

$2x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow 2x^2 = 3$

$\Leftrightarrow x^2 = \frac{3}{2}$

$\Leftrightarrow x = \sqrt{\frac{3}{2}} \text{ ou } x = -\sqrt{\frac{3}{2}}$

L'ensemble des solutions est $\left\{ \sqrt{\frac{3}{2}}, -\sqrt{\frac{3}{2}} \right\}$.

(c) $|x + 2| < 3$

$|x + 2| < 3 \Leftrightarrow -3 < x + 2 < 3$

$\Leftrightarrow -5 < x < 1$

L'ensemble des solutions est $] -5, 1[$.

(d) $\cos(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos \frac{\pi}{6}$

$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \text{ ou } x = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$

L'ensemble des solutions est $\bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left\{ \frac{\pi}{6} + 2k\pi, -\frac{\pi}{6} + 2k\pi \right\}$.

(e) $2x^2 + 3x + 1 \geq 0$

Le trinôme $2x^2 + 3x + 1$ a pour racine évidente -1
 Le produit des racines vaut $-\frac{1}{2}$, donc l'autre racine est $-\frac{1}{2}$.
 Le coefficient dominant du trinôme est $2 > 0$
 On en déduit son signe:

x	$-\infty$	-1	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
$2x^2 + 3x + 1$	$+$	ϕ	$-$	ϕ

L'ensemble des solutions de l'inéquation est donc :

$$]-\infty, -1] \cup [-\frac{1}{2}, +\infty[$$

Exercice 2 - Développer et simplifier :

$$(3 - \sqrt{2})^2 = 3^2 - 2 \times 3 \times \sqrt{2} + \sqrt{2}^2 = 11 - 6\sqrt{2}$$

$$(1 + 2\sqrt{2})^3 = 1 + 3 \times 2\sqrt{2} + 3 \times (2\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{2})^3 = 25 + 22\sqrt{2}$$

$$(2 - \sqrt{3})^3 = 2^3 - 3 \times 2^2 \sqrt{3} + 3 \times 2(\sqrt{3})^2 - \sqrt{3}^3 = 26 - 18\sqrt{3}$$

Exercice 3 (question bonus) : par quel chiffre commence le plus petit nombre dont la somme des chiffres vaut 2025 ? Même question avec 2026.

voir sujet B (p4)

INTERROGATION ÉCRITE NUMÉRO 1. SUJET B.

Vendredi 5 septembre 2025.

L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé.

Exercice 1 - Résoudre les équations et inéquations suivantes, d'inconnue $x \in \mathbb{R}$.
On donnera l'ensemble des solutions de chaque équation :

(a) $3x^2 - 2 = 0$

$$3x^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow 3x^2 = 2 \Leftrightarrow x^2 = \frac{2}{3} (>0) \Leftrightarrow x = \sqrt{\frac{2}{3}} \text{ ou } x = -\sqrt{\frac{2}{3}}$$

L'ensemble des solutions est

$$\left\{ \sqrt{\frac{2}{3}}, -\sqrt{\frac{2}{3}} \right\}$$

(b) $3x^2 + 1 = 0$

$$\forall x \in \mathbb{R}, 3x^2 + 1 > 0$$

L'ensemble des solutions est $\emptyset$

(c) $|x + 3| > 2$

$$|x + 3| > 2 \Leftrightarrow x + 3 > 2 \text{ ou } x + 3 < -2$$

$$\Leftrightarrow x > -1 \text{ ou } x < -5$$

L'ensemble des solutions est $]-\infty, -5[\cup]-1, +\infty[$

(d) $\cos(x) = \frac{1}{2}$

$$\cos(x) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos(x) = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi \text{ ou } x = -\frac{\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

L'ensemble des solutions est $\bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left\{ \frac{\pi}{3} + 2k\pi, -\frac{\pi}{3} + 2k\pi \right\}$

(e) $3x^2 + 2x - 1 \geq 0$

Le trinôme $3x^2 + 2x - 1$ a pour racine évidente -1
 le produit des racines vaut $-\frac{1}{3}$ donc l'autre racine est $\frac{1}{3}$
 le coefficient dominant est $3 > 0$
 On en déduit le signe de ce trinôme :

x	$-\infty$	-1	$\frac{1}{3}$	$+\infty$
$3x^2 + 2x - 1$	$+$	$\emptyset$	$-$	$+$

l'ensemble des solutions de cette inéquation est
 $]-\infty, -1] \cup [\frac{1}{3}, +\infty[$

Exercice 2 - Développer et simplifier :

$$(2 - \sqrt{3})^2 = 2^2 - 2 \times 2\sqrt{3} + \sqrt{3}^2 = 4 + 3 - 4\sqrt{3} = 7 - 4\sqrt{3}$$

$$(2 + \sqrt{2})^3 = 2^3 + 3 \times 2^2 \times \sqrt{2} + 3 \times 2 \times \sqrt{2}^2 + \sqrt{2}^3 = 20 + 14\sqrt{2}$$

$$(1 - 2\sqrt{2})^3 = 1^3 - 3 \times (2\sqrt{2}) + 3(2\sqrt{2})^2 - (2\sqrt{2})^3 = 1 - 6\sqrt{2} + 24 - 16\sqrt{2} = 25 - 22\sqrt{2}$$

Exercice 3 (question bonus) : par quel chiffre commence le plus petit nombre dont la somme des chiffres vaut 2025 ? Même question avec 2026.

① On remarque que 2025 est divisible par 9 : $2025 = 9 \times 225$
 Donc le nombre dont l'écriture décimale est $\underbrace{99 \dots 999}_{225 \text{ chiffres "9"}}$ est un nombre dont la somme des chiffres vaut 2025.

C'est le plus petit car tout autre nombre vérifiant cette propriété s'écrit avec au moins un chiffre de plus (donc est strictement plus grand que $99 \dots 999$)

Ce nombre commence par 9.

② Pour 2026 : D'après la question précédente, aucun nombre à 225 chiffres ne peut avoir la somme de ses chiffres égale à 2026. On cherche donc un nombre à 226 chiffres. Parmi tous les nombres à 226 chiffres dont la somme des chiffres vaut 2026, le plus petit est $\underbrace{199 \dots 9}_{225 \text{ chiffres "9"}}$

Ce nombre commence par 1