2. Cette fois, on tire **simultanément** 6 jetons de cette urne.

(a) Combien y a t-il de tirages possibles ?

Un tirage peut être représenté par une 6-combinaison d'éléments de $[\![1,20]\!]$

Il y en a donc $\boxed{\binom{20}{6} = \frac{20!}{6!\,14!}}$

(b) Combien y a t-il de tirages ne comportant que des numéros pairs ?

Un tel tirage peut être représenté par une 6-combinaison d'éléments de $\{2,4,6 \dots, 18, 20\}$. Il y en a donc $\boxed{\binom{10}{6} = \frac{10!}{6!\,4!}}$

(c) Combien y a t-il de tirages comportant exactement 2 numéros pairs et 4 impairs ?

Pour choisir un tel tirage : - on choisit 2 n^{os} pairs : $\binom{10}{2}$ choix

- on choisit 4 n^{os} impairs : $\binom{10}{4}$ choix

Au total, il y a $\binom{10}{2}\binom{10}{4}$ tels tirages.

(d) Combien y a t-il de tirages comportant au-moins 4 numéros pairs ? **Justifier**

n^b de tirages comportant au-moins 4 n^{os} pairs = n^b de tirages comportant exactement 4 n^{os} pairs + n^b de tirages comportant exact^t 5 n^{os} pairs + n^b de tirages comportant exactement 6 n^{os} pairs

n^b de tirages comportant au-moins 4 n^{os} pairs $= \binom{10}{4}\binom{10}{2} + \binom{10}{5}\binom{10}{1} + \binom{10}{6}\binom{10}{0}$

NOM - Prénom : CORRIGÉ

BCPST 12

Interrogation écrite $n^o 8$.

INTERROGATION ÉCRITE NUMÉRO 8. SUJET A.

Vendredi 21 novembre 2025.
L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé.

Exercice

Répondre aux questions suivantes. On donnera les réponses sous forme de coefficients binomiaux (ou produits de coefficients binomiaux) ou de factorielles (ou produits de factorielles).
On ne justifiera pas les réponses sauf quand cela est précisé.

1. Une urne contient 20 jetons numérotés de 1 à 20. On tire **successivement et sans remise** 6 jetons de cette urne.

   (a) Combien y a t-il de tirages possibles ?

Un tirage peut être représenté par une 6-liste sans répétition d'éléments de $[\![1,20]\!]$. Il y en a donc $\boxed{A_{20}^6 = \frac{20!}{14!}}$

   (b) Combien y a t-il de tirages ne contenant que des numéros inférieures ou égaux à 10 ?

Un tel tirage peut être représenté par une 6-liste sans répétition d'éléments de $[\![1,10]\!]$. Il y en a donc $\boxed{A_{10}^6 = \frac{10!}{4!}}$

   (c) Combien y a t-il de tirages commençant par 1,2,3 dans cet ordre ?

choisir un tel tirage revient à choisir une 3-liste sans répétition d'éléments de $[\![4,20]\!]$. Il y en a donc $\boxed{A_{17}^3 = \frac{17!}{14!}}$ $(= 17 \times 16 \times 15)$

   (d) Combien y a t-il de tirages commençant par 1,2,3 (dans un ordre quelconque) ?

choisir un tel tirage revient à : - choisir l'ordre de 1, 2, 3 : $3!$ choix
- choisir une 3-liste sans rep° de $[\![4,20]\!]$: $\frac{17!}{14!}$ choix

Au total, il y a $\boxed{\frac{3!\,17!}{14!} \text{ tels tirages}}$

   (e) Combien y a t-il de tirages pour lesquels les numéros sont dans l'ordre croissant ?

choisir un tel tirage revient à : - choisir 6 numéros parmi 20 : $\binom{20}{6}$ choix
- les ordonner dans l'ordre ↗ : 1 choix

Au total, $\boxed{\text{il y a } \binom{20}{6} \text{ tels tirages.}}$

   (f) Combien y a t-il de tirages comportant les numéros 2, 4, 6, 8, 10, 12 ?

choisir un tel tirage revient à choisir un ordre (c'est à dire une permutation) sur ces 6 éléments.

$\boxed{\text{Il y a donc } 6! \text{ tels tirages.}}$

NOM - Prénom : CORRIGÉ

BCPST 12
Interrogation écrite $n^o 8$.

INTERROGATION ÉCRITE NUMÉRO 8. SUJET B.

Vendredi 21 novembre 2025.
L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé.

Exercice

Répondre aux questions suivantes. On donnera les réponses sous forme de coefficients binomiaux (ou produits de coefficients binomiaux) ou de factorielles (ou produits de factorielles).
On ne justifiera pas les réponses.

1. Une urne contient 20 jetons numérotés de 1 à 20. On tire **simultanément** 7 jetons de cette urne.
   (a) Combien y a t-il de tirages possibles ?

Un tirage peut être représenté par une 7-combinaison d'éléments de $[\![1, 20]\!]$

$\boxed{\text{Il y en a donc } \binom{20}{7} \quad \left(= \frac{20!}{7!\,13!}\right)}$

   (b) Combien y a t-il de tirages ne comportant que des numéros inférieurs ou égaux à 10 ?

Un tel tirage peut être représenté par une 7-combinaison d'éléments de $[\![1, 10]\!]$.

$\boxed{\text{Il y en a donc } \binom{10}{7} \quad \left(= \frac{10!}{7!\,3!}\right)}$

   (c) Combien y a t-il de tirages comportant exactement 3 numéros pairs et 4 impairs ?

Pour choisir un tel tirage : - on choisit 3 numéros pairs : $\binom{10}{3}$ choix
- on choisit 4 numéros impairs : $\binom{10}{4}$ choix

Au total, $\boxed{\text{il y a } \binom{10}{3}\binom{10}{4} \text{ tels tirages.}}$

   (d) Combien y a t-il de tirages comportant au-moins 5 numéros pairs ? **Justifier**.

n^b de tirages comportant au moins 5 n° pairs = n^b de tirages comportant exactement 5 n° pairs + n^b de tirages comportant exactement 6 n° pairs + n^b de tirages comportant exactement 7 n° pairs

$\boxed{\text{n}^{b} \text{ de tirages comportant au-moins 5 n}^{os} \text{ pairs} = \binom{10}{5}\binom{10}{2} + \binom{10}{6}\binom{10}{1} + \binom{10}{7}\binom{10}{0}}$

2. Cette fois, on tire **successivement et sans remise** 7 jetons de cette urne.

(a) Combien y a t-il de tirages possibles ?

Un tirage peut être représenté par une 7-liste sans répétition de l'ensemble $[\![1,20]\!]$. $\boxed{\text{Il y en a donc } A_{20}^{7} = \frac{20!}{13!}}$

(b) Combien y a t-il de tirages ne contenant que des numéros pairs ?

Un tel tirage peut être représenté par une 7-liste sans répétition de l'ensemble $\{2,4,6 \dots 20\}$. $\boxed{\text{Il y en a } A_{10}^{7} = \frac{10!}{3!}}$

(c) Combien y a t-il de tirages commençant par 1,2,3 dans cet ordre ?

choisir un tel tirage revient à choisir une 4-liste sans répétition de l'ensemble $[\![4,20]\!]$. $\boxed{\text{Il y en a } A_{17}^{4} = \frac{17!}{13!}}$

(d) Combien y a t-il de tirages commençant par 1,2,3 (dans un ordre quelconque) ?

choisir un tel tirage : – c'est choisir un ordre sur 1, 2, 3 $\rightarrow$ 3! choix

– puis choisir une 4-liste sans rep° de $[\![4,20]\!]$ $\rightarrow \frac{17!}{13!}$ choix.

Au total, $\boxed{\text{il y a donc } \frac{3!\,17!}{13!} \text{ tels tirages}}$

(e) Combien y a t-il de tirages pour lesquels les numéros sont dans l'ordre décroissant ?

choisir un tel tirage revient à – choisir 7 numéros parmi 20 $\rightarrow \binom{20}{7}$ choix

– les ordonner dans l'ordre ↓ $\rightarrow$ 1 choix.

Au total, $\boxed{\text{il y a } \binom{20}{7} \text{ tels tirages.}}$

(f) Combien y a t-il de tirages comportant les numéros 1,2,3,4,5,6,7 ?

choisir un tel tirage revient à choisir une permutation de ces 7 nombres. $\boxed{\text{Il y en a } 7!}$