

Exor-Chronos 5

Rappel: Tout polynôme de $\mathbb{C}[X]$ de degré ≥ 1 se factorise comme produit de polynômes de degré 1 (du type $(X - \alpha_i)$, avec α_i racine)

(*) $P = \lambda \prod_{i=1}^m (X - \alpha_i)$ (deg $P = n$)

où λ est le coefficient dominant de P
 $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ sont les n racines (comptées avec leur ordre de multiplicité : par exemple si α_1 est racine d'ordre 3,

on pose $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3$)

Exemple: $P = 3(X-1)(X-1)(X-1)(X+2)$
 1 (racine de multiplicité 3)
 -2 (racine simple)
 comptée 3 fois
 comptée 1 fois.

(*) si $\begin{cases} \alpha_1 & \text{et une racine de multiplicité } \beta_1 \\ \vdots \\ \alpha_p & \text{" " " " " } \beta_p \end{cases}$

$P = \lambda \prod_{i=1}^p (X - \alpha_i)^{\beta_i}$

Exemple: $P = 3(X-1)^3(X+2)$
 1 racine de multiplicité 3
 2 racine simple

(1) $X^2 + 9$ a pour racines $3i$ et $-3i$ - son coeff^t dominant est 1
 donc $X^2 + 9 = 1(X-3i)(X+3i)$
 donc $X^2 + 9 = (X-3i)(X+3i)$

(2) $X^2 - 9 = X^2 - 3^2 = (X-3)(X+3)$

(3) $8X^2 - 5$ a pour racines $\sqrt{\frac{5}{8}}$ et $-\sqrt{\frac{5}{8}}$
 a pour coefficient dominant 8

donc $8X^2 - 5 = 8(X - \sqrt{\frac{5}{8}})(X + \sqrt{\frac{5}{8}})$

(4) $8X^2 + 5$ a pour racines $i\sqrt{\frac{5}{8}}$ et $-i\sqrt{\frac{5}{8}}$ et pour coefficient dominant 8

donc $8X^2 + 5 = 8(X - i\sqrt{\frac{5}{8}})(X + i\sqrt{\frac{5}{8}})$

(5) $8X^2 - 5X = X(8X - 5) = 8X(X - \frac{5}{8})$

(6) $8X^2 + 5X = 8X(X + \frac{5}{8})$

(7) $2X^2 + X - 3$ a pour racines 1 et $-\frac{3}{2}$ et pour coefficient dominant 2
 donc $2X^2 + X - 3 = 2(X-1)(X + \frac{3}{2})$

- ⑧ $3x^2 - 2x - 5 = 3(x+1)(x - \frac{5}{3})$
- ⑨ $x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2$ (identité remarquable)
- ⑩ $x^2 + 2x + 1 = (x+1)^2$ " "
- ⑪ $3x^2 - 2x = x(3x-2) = 3x(x - \frac{2}{3})$
- ⑫ $2x^2 - 1 = 2(x - \frac{1}{\sqrt{2}})(x + \frac{1}{\sqrt{2}})$
- ⑬ $2x^2 + 1 = 2(x - \frac{i}{\sqrt{2}})(x + \frac{i}{\sqrt{2}})$
- ⑭ $4x^2 + 4x + 1 = (2x+1)^2 = 4(x + \frac{1}{2})^2$
- ⑮ $9x^2 - 6x + 1 = (3x-1)^2 = 9(x - \frac{1}{3})^2$
- ⑯ $x^2 - 8 = x^2 - (2\sqrt{2})^2 = (x - 2\sqrt{2})(x + 2\sqrt{2})$
- ⑰ $x^2 + 8 = x^2 - (i2\sqrt{2})^2 = (x - 2i\sqrt{2})(x + 2i\sqrt{2})$
- ⑱ $x^4 + 6x^3 + 9x^2 = x^2(x^2 + 6x + 9) = x^2(x+3)^2$
- ⑲ $x^4 - 16 = (x^2)^2 - 4^2 = (x^2 - 4)(x^2 + 4) = (x-2)(x+2)(x-2i)(x+2i)$
- ⑳ $2x^3 + 3x^2 + x = x(2x^2 + 3x + 1) = 2x(x+1)(x + \frac{1}{2})$
↑
 trinôme de
 racines -1 et -1/2