

PROGRAMME DE COLLE DE LA SEMAINE 17.

Semaine du lundi 2 février au vendredi 6 février 2026.

Questions de cours :

1. Toutes les questions de cours de la semaine 16.
2. Définition de suites équivalentes. Proposition ("Critère pratique") : énoncé et démonstration.
3. Propriétés des \sim : énoncés (sans démonstration). Interdictions : donner deux exemples les illustrant.
4. Équivalents à connaître (si u_n tend vers 0, équivalents de $\sin u_n$, $\tan u_n$, $\ln(1 + u_n)$, $e^{u_n} - 1$, $\sqrt{1 + u_n} - 1$, $\cos(u_n) - 1$) : énoncé. Démonstration de $\sin u_n \sim \dots$, et $\tan(u_n) \sim \dots$ dans le cas où (u_n) ne s'annule pas. (on admettra les limites utilisées)
5. Déterminer un équivalent de $\ln\left(\frac{n^2 + 1}{n^2 + 2}\right)$.
6. Montrer que si $\lim u_n = \ell \neq 0$, alors $u_n \sim \ell$. Montrer que ce n'est pas vrai si $\ell = 0$.
7. Déterminer un équivalent de $\sqrt{n+1} - \sqrt{n-1}$. En déduire la limite.
8. Application des équivalents aux calculs de limites (proposition 20 du cours). Exemple : Déterminer la limite de $\left(1 + \frac{2}{n}\right)^n$

Thème de la colle :

CALCULS

Exos-chronos : donner 5 questions de la feuille "Course aux nombres" (au verso de ce document). Ces questions doivent être traitées très rapidement. Les étudiants doivent savoir expliquer oralement leurs résultats.

SUITES RÉELLES

Tout le cours (voir semaine précédente)

SUITES ÉQUIVALENTES

Définitions et exemples

Propriétés

Règles à connaître : réflexivité, transitivité, multiplication par un nombre réel, produit, quotient des équivalents, puissance. Interdiction de sommer les équivalents, de composer par une fonction quelconque. Exemples.

Théorèmes

limites et équivalents. Équivalents à connaître. Application aux calculs de limites. Croissances comparées.

	ÉNONCÉ	RÉPONSE	JURY
1)	$60 \times 0,7$		
2)	Écriture décimale de $\frac{21}{4}$		
3)	15 % de 60		
4)	Résoudre $4 - 3x \leq 0$		
5)	Réduire au même dénominateur. $\frac{1}{x} - \frac{2}{x^2}$		
6)	$\text{Arg}(-3i)$		
7)	Résoudre $ x = \sqrt{2}$		
8)	$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $x \mapsto \sin(2x)$ Compléter.	f est ... -périodique.	
9)	$\sin^2\left(-\frac{\pi}{3}\right) =$		
10)	Compléter.	$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-2x+1} = \dots$	
11)	Compléter.		
12)	Compléter.	$\lfloor \sqrt{45} \rfloor = \dots$	
13)	Résoudre $(x-3)(2-x) > 0$		

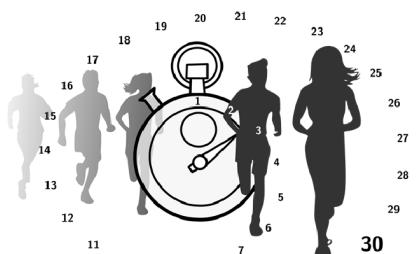
	ÉNONCÉ	RÉPONSE	JURY
14)	Compléter.	$\sqrt{(3-\pi)^2} = \dots$	
15)	$\ln(e^2) - \ln(\sqrt{e})$		
16)	$(\sqrt{3})^3 - 2\sqrt{3} =$		
17)	Forme algébrique de $2e^{i\frac{\pi}{3}}$		
18)	Équation réduite de la droite \mathcal{D} .		
19)	$30 \div 0,2$		
20)	Forme algébrique de $\frac{1}{1-i}$		
21)	Compléter.	$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{\pi}{3}\right)^n = \dots$	
22)	Résoudre dans \mathbb{C} $z^2 = -3$		
22)	$f : x \mapsto e^{2-0,5x}$ Compléter.	$f(4) = \dots$	
23)	$ x-1 \leq 2 \Leftrightarrow$	$x \in \dots$	

	ÉNONCÉ	RÉPONSE	JURY
24)	$f :]0; +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ $x \mapsto \ln^2(x)$	$\forall x > 0$ $f'(x) = \dots$	
25)	Signe de $\ln(x) + 1$ sur $]0; +\infty[$		
26)	Calculer $(\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{12}\right))^{24}$		
27)	Résoudre $x^2 > 5$		
28)	Compléter.	$\lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x < 2}} \frac{-3}{2-x} = \dots$	
29)	$\mathcal{D} : y = -\frac{2}{3}x + 1$. 	L'abscisse de A est ...	
30)	Compléter.	$\frac{1}{1 + e^{-x}} = \frac{\dots}{1 + e^x}$	

NOM : PRÉNOM :
CLASSE : SCORE : /30

✓ Durée : 9 minutes
✓ L'épreuve comporte 30 questions.
✓ L'usage de la calculatrice et du brouillon sont interdits. Il n'est pas permis d'écrire des calculs intermédiaires.

SUJET BCPST



La course aux nombres