

PROGRAMME DE COLLE DE LA SEMAINE 19.

Semaine du lundi 16 février au vendredi 20 février 2026.

Questions de cours :

1. Toutes les questions de cours de la semaine 18.
2. Propriété de substitution dans les équivalents : deux énoncés (l'un dans lequel une fonction se substitue à la variable de départ, l'autre dans lequel une suite se substitue à la variable de départ) sans démonstration. Exemples : $\sin(e^{-2x}) \underset{+\infty}{\sim}$ et $n^{\frac{1}{n}} - 1 \sim$.
3. Limites et équivalents : énoncer le résultat qui permet de calculer la limite d'une fonction, connaissant un équivalent. Application : déterminer un équivalent en $x = 1$ puis la limite en 1 de :

$$x \mapsto \frac{\sin^2(x-1)}{2x^2 - 3x + 1}$$
 (on pourra faire le changement de variable $x = 1 + h$).
4. Définition de fonction négligeable devant une autre. Exemple : comparer x et x^3 en 0 et en $+\infty$. Critère pratique (énoncé sans démonstration). Expression de l'équivalence (avec "o($g(x)$)") (sans démonstration). Application : établir les DL à l'ordre 1 en 0 de $\sin x$, $\tan x$, $\ln(1+x)$, e^x , $\sqrt{1+x}$.
5. Définition de développement limité d'ordre n en 0 (avec un "o" (petit o) et avec une fonction ε).
6. Déterminer le développement limité d'ordre n en 0 de $x \mapsto \frac{1}{1-x}$, puis de $x \mapsto \frac{1}{1+x}$.
7. Développements limités à tout ordre de e^x , $\cos x$, $\sin x$, $\ln(1+x)$, $(1+x)^\alpha$. Écrire rapidement les $DL_5(0)$ et $DL_6(0)$ de $\cos x$, le $DL_6(0)$ de $\sin x$, et le $DL_3(0)$ de $\sqrt{1+x}$. **Il faut les connaître par cœur.**
8. $DL_3(0)$ de $\frac{1}{\sqrt{1+x}}$ (à retrouver). Expliquer ce qui se passe dans la formule du développement limité de $(1+x)^\alpha$ si $\alpha \in \mathbb{N}$. Exemple : $DL_5(0)$ de $(1+x)^5$.

Thème de la colle :

CALCULS - poser 5 questions de la **nouvelle** feuille "Course aux nombres" (au verso de ce document). Ces questions doivent être traitées très rapidement. Les étudiants doivent savoir expliquer oralement leurs résultats.

LIMITES

Définitions : définition de : limite finie ou infinie en a fini ou infini pour une fonction. Limites à droite/à gauche. Tendre vers l par valeurs supérieures/inférieures. Exemples. Unicité de la limite.

Opérations sur les limites : Somme, produit, quotient.

Composition des limites : Limite d'une fonction composée. Exemple. Suite et limite de fonction. Collaries : deux moyens de montrer qu'une fonction n'a pas de limite en a à l'aide de suites. Application : montrer que $x \mapsto \cos x$ n'a pas de limite en $+\infty$, et que $x \mapsto \cos \frac{1}{x}$ n'a pas de limite en 0.

Limites et inégalités : Propriété vraie au voisinage de a . Signe et limite. Passage à la limite dans une inégalité. Limite par encadrement. Extension aux limites infinies.

Limite et monotonie : Une fonction croissante sur un intervalle ouvert $]a, b[$ possède une limite en a et une limite en b . **Fonctions équivalentes** Définition. Notations. Règles à connaître. Substitution. Équivalents et limites.

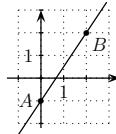
Fonction négligeable devant une autre : Définition, notation "o". Exemples. Expression de l'équivalence. Exemples. Croissances comparées. Propriétés.

DÉVELOPPEMENTS LIMITÉS

Développement limité d'ordre n en a, en 0

Définition. Pour un DL en a , se ramène toujours à un DL en 0 en posant $x = a + h$. Exemples. DL de $\frac{1}{1-x}$ et $\frac{1}{1+x}$. Cas particulier d'un polynôme. Propriétés : unicité, troncature.

DL usuels, Opérations sur les DL : Combinaison linéaire, produit.

	ÉNONCÉ	RÉPONSE	JURY
25)	Signe de $2 + \ln(x)$ sur $]0, +\infty[$	$\begin{array}{c ccccc} x & & 0 & \dots & +\infty \\ \hline 2 + \ln(x) & & & & \end{array}$	
26)	Dans un repère du plan, $A(0, -1)$ et $B(2, 2)$.  Compléter.	$C(8, \dots) \in (AB)$	
27)	$u : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $x \mapsto x + 1$ $v : \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}$ $x \mapsto \frac{1}{x}$ Compléter.	$u \circ v : \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}$ $x \mapsto \dots$	
28)	$f : x \mapsto x^2 - 1$ est une bijection de $[0; +\infty[$ dans $[-1; +\infty[$. Compléter.	$\forall x \in [-1; +\infty[$ $f^{-1}(x) = \dots$	
29)	Compléter.	$\lim_{x \rightarrow e} \frac{3}{1 - \ln(x)} = \dots$	
30)	Exprimer en fonction de $n \in \mathbb{N}^*$: $\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n ij$		

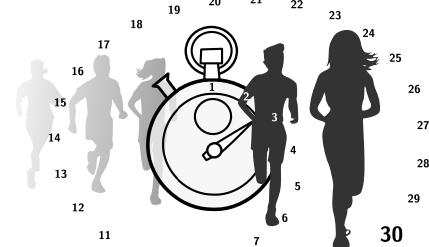
NOM : PRÉNOM :

SCORE : /30

CLASSE :

- ✓ Durée : 9 minutes
- ✓ L'épreuve comporte 30 questions.
- ✓ L'usage de la calculatrice et du brouillon sont interdits. Il n'est pas permis d'écrire des calculs intermédiaires.

SUJET BCPST 1 - MARS 2025



La course aux nombres



ACADEMIE DE NORMANDIE
ACADEMIE DE RENNES
ACADEMIE DE NANTES
ACADEMIE DE DIJON
ACADEMIE DE REIMS
ACADEMIE DE STRASBOURG
ACADEMIE DE TOULOUSE
ACADEMIE D'ORLEANS-TOURS
ACADEMIE D'LYON



	ÉNONCÉ	RÉPONSE	JURY
1)	30% de 80		
2)	Résoudre $7 - 3x = 2$		
3)	Résoudre $(1 - x)(x - 3) \geq 0$		
4)	Calculer $\cos(7\pi)$		
5)	Expression de la dérivée de $f : x \mapsto \frac{1}{2x-1}$ sur $\left] \frac{1}{2}, +\infty \right[$	$f' : x \mapsto \dots$	
6)	Calculer $[\ln(\sqrt{e})]^2$		
7)	Forme exponentielle de $-1 + i$		
8)	Calculer $\sum_{k=0}^{100} \binom{100}{k}$		
9)	$A \in \mathcal{M}_{3,5}(\mathbb{R})$ et $B \in \mathcal{M}_{5,4}(\mathbb{R})$ Taille de la matrice AB ?	$AB \in \mathcal{M}_{\dots, \dots}(\mathbb{R})$	
10)	Compléter.	$100 \text{ millions} = 10 \cdots$	
11)	Calculer $\arcsin\left(\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)\right)$		
12)	Calculer $\binom{6}{4}$		
13)	Compléter.	$\lfloor \sqrt{51} \rfloor = \dots$	
14)	Exprimer en fonction de n , $\sum_{k=0}^n 3$		

	ÉNONCÉ	RÉPONSE	JURY
15)	Calculer $(\sqrt{2})^5 - 4\sqrt{2}$		
16)	Simplifier $2^{n+1} - 2^n$		
17)	Calculer $\prod_{k=1}^{20} \frac{k+1}{k}$.		
18)	Déterminer le carré de A $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$		
19)	Solution particulière de l'équation différentielle $y'' + y' = 2$.	$f_p : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $x \mapsto \dots$	
20)	Compléter.	$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n^2 + 1}{1 - n^2} = \dots$	
21)	Résoudre dans \mathbb{C} $z^2 = -9$		
22)	$ x - 3 \leq 0,1 \Leftrightarrow$	$x \in \dots$	
23)	$f : \left] 0, +\infty \right[\rightarrow \mathbb{R}$ $x \mapsto \frac{\ln(x)}{x}$	Une primitive F de f sur $\left] 0, +\infty \right[$ est : $F : x \mapsto \dots$	
24)	$A^2 - 3A = I_3 \Leftrightarrow$	$A \times (\dots) = I_3$	