

PROGRAMME DE COLLE DE LA SEMAINE 21.

Semaine du lundi 16 mars au vendredi 20 mars 2026.

Questions de cours :

1. Toutes les questions de cours de la semaine 20.
2. Définition de probabilité conditionnée par un événement. Montrer que c'est une probabilité (on rappellera la définition de probabilité).
3. Formule des probabilités composées : énoncé, interprétation de la formule sur un arbre. exemple : une urne contient 4 boules blanches et 3 boules noires. On tire successivement et sans remise 4 boules de l'urne. Quelle est la probabilité d'obtenir 2 boules blanches puis 2 boules noires dans cet ordre ? Interpréter sur un arbre de probabilité.
4. Formule des probabilités totales : énoncé. Démonstration. Interprétation sur un arbre.
5. Formule des probabilités totales : énoncé et corollaire sans démonstration. Interprétation sur un arbre.
6. Exercice : 6 urnes sont numérotées de 1 à 6. Pour tout i entier entre 1 et 6, l'urne i contient i boules blanches et $6 - i$ boules noires. On lance un dé. On tire au hasard une boule dans l'urne dont le numéro est donné par le dé. Quelle est la probabilité d'obtenir une boule blanche ?
7. Formule de Bayes : énoncé, démonstration, exemple : Deux urnes contiennent des boules blanches et noires. L'urne 1 contient 3 boules blanches et 7 boules noires. L'urne 2 contient 5 boules blanches et 3 boules noires. On choisit une urne au hasard et on tire une boule dans cette urne. La boule est blanche. Quelle est la probabilité que le tirage ait eu lieu dans l'urne 1 ?

Thème de la colle :

CALCULS - poser 5 questions de la **toute nouvelle** feuille "Course aux nombres" (au verso de ce document). Ces questions doivent être traitées très rapidement. Les étudiants doivent savoir expliquer oralement leurs résultats.

ESPACES PROBABILISÉS FINIS

Vocabulaire des probabilités

Expérience aléatoire. Univers. Événement. Espaces probabilisables finis. Exemples.

Probabilité sur un univers fini

Probabilité. Probabilité uniforme. Exemple. Un exemple de probabilité non uniforme. Propriétés. Condition d'existence d'une probabilité définie par la probabilité des événements élémentaires.

Probabilité conditionnelle

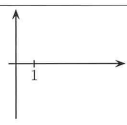
Définition. Exemple. Formule des probabilités composées. Exemple. Arbre de probabilité.

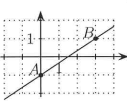
Formule des probabilités totales, formule de Bayes

Indépendance d'événements aléatoires

Événements indépendants : définition.

	ÉNONCÉ	RÉPONSE	JURY
1)	60 % de 80		
2)	Résoudre $2x + 3 = 5x - 1$.		
3)	Expression de la dérivée de $f : x \mapsto \ln(3x - 1)$	$\forall x > \frac{1}{3}$ $f'(x) = \dots\dots\dots$	
4)	Simplifier $1 + \ln\left(\frac{1}{e}\right)$.		
5)	Calculer $\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)$		
6)	Forme exponentielle de $-2i$		
7)	$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$	$A^{-1} = \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}$	
8)	Calculer $\sum_{k=0}^{200} \binom{200}{k}$		
9)	$\text{rg}((1, 1, 1), (2, 2, 2), (0, 1, 0))$		
10)	Compléter.	100 milliards = $10^{\dots}$	
11)	Simplifier $e^{2\ln(3)}$		
12)	Calculer $\binom{10}{9}$		
13)	$n \in \mathbb{N}^*$. Degré du polynôme $(X - 1)^n - X^n$		
14)	$A \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$, $A^3 - 3A = I_3$	$A^{-1} = \dots\dots\dots$	

	ÉNONCÉ	RÉPONSE	JURY
15)	Résoudre $y' + 3y = 0$		
16)	$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{n}}{\ln(n)}$		
17)	Compléter par un équivalent simple.	$n^2 \left(e^{\frac{1}{n}} - 1\right) \underset{+\infty}{\sim} \dots\dots\dots$	
18)	Compléter.	$\frac{x^2}{1+x^2} = \dots - \frac{1}{1+x^2}$	
19)	Compléter	$\sum_{k=0}^{19} 5 = \dots$	
20)	$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$	$\det(A) = \dots$	
21)	Une urne contient exactement 6 boules blanches et 3 boules noires. On tire au hasard une boule de l'urne. Quelle est la probabilité de tirer une boule blanche ?		
22)	Calculer $\int_{-2}^2 \sin(t) dt$.		
23)	Donner l'allure de la courbe de la fonction $x \mapsto \ln(x) $		
24)	Une primitive de $x \mapsto \frac{1}{1+x^2}$ sur $\mathbb{R}$ est :	$F : x \mapsto \dots\dots\dots$ 	

	ÉNONCÉ	RÉPONSE	JURY
25)	Vrai - Faux La famille $((1, 5), (2, \pi), (\sqrt{3}, -1))$ est libre.		
26)	Équation de la droite (AB). 		
27)	$f \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ telle que $\text{rg}(f) = 3$. Compléter.	$\dim(\text{Ker}(f)) = \dots\dots\dots$	
28)	$\arctan(-1)$		
29)	Soit $f : x \mapsto \int_0^x e^t dt$. Compléter :	$f'(x) = \dots\dots\dots$	
30)	$f \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$. $(1, 2, 3) \in \text{Ker}(f - 3\text{Id}_{\mathbb{R}^3})$. Compléter.	$f((1, 2, 3)) = \dots\dots\dots$	

NOM : PRÉNOM :
 CLASSE :
 SCORE : /30

- ✓ Durée : 9 minutes
- ✓ L'épreuve comporte 30 questions.
- ✓ L'usage de la calculatrice et du brouillon sont interdits. Il n'est pas permis d'écrire des calculs intermédiaires.

SUJET BCPST 1 - JUIN 2025

