

PROGRAMME DE COLLE DE LA SEMAINE 22.

Semaine du lundi 23 mars au vendredi 27 mars 2026.

Questions de cours :

1. Toutes les questions de cours de la semaine 21.
2. Événements indépendants : définition. Rappeler la définition d'événements incompatibles et ce que cela implique sur les probabilités.
Exemple : On lance deux fois une pièce équilibrée. Quelle est la probabilité d'obtenir deux fois face?
3. Fonction de répartition d'une variable aléatoire. Définition. Expression. Représentation graphique.
4. Définition de loi uniforme avec tracé de la fonction de répartition. Exemples.
5. définition de loi de Bernoulli avec tracé de la fonction de répartition. Si X est une variable aléatoire de Bernoulli de paramètre p , déterminer son espérance.
6. Définition de loi binomiale. Donner deux exemples.
7. Définition de l'espérance d'une variable aléatoire. Montrer que $E(aX + b) = aE(X) + b$. On rappellera le théorème de transfert.
8. **Facultatif** Montrer que si X et Y sont deux variables aléatoires définies sur un espace probabilisé fini, $E(X + Y) = E(X) + E(Y)$.

Thème de la colle :

CALCULS - poser 5 questions de la **toute nouvelle** feuille "Course aux nombres" (au verso de ce document). Ces questions doivent être traitées très rapidement. Les étudiants doivent savoir expliquer oralement leurs résultats.

ESPACES PROBABILISÉS FINIS

Vocabulaire des probabilités

Expérience aléatoire. Univers. Événement. Espaces probabilisables finis. Exemples.

Probabilité sur un univers fini

Probabilité. Probabilité uniforme. Exemple. Un exemple de probabilité non uniforme. Propriétés. Condition d'existence d'une probabilité définie par la probabilité des événements élémentaires.

Probabilité conditionnelle

Définition. Exemple. Formule des probabilités composées. Exemple. Arbre de probabilité.

Formule des probabilités totales, formule de Bayes

Indépendance d'événements aléatoires

Événements indépendants. Événements mutuellement indépendants. Si des événements sont mutuellement indépendants, alors ils sont deux à deux indépendants. Exemple illustrant que la réciproque est fautive. Propriétés.

VARIABLES ALÉATOIRES

Variables aléatoires réelles

Définition. Exemples. Loi de probabilité d'une VAR. Représentation d'une loi de probabilité. Système complet associé à une VAR. Fonction de répartition.

Lois usuelles

Loi certaine. Loi uniforme. Loi de Bernoulli. Loi binomiale.

Espérance : définition, exemples. Théorème de transfert (espérance d'une composée).

Variance : définition, exemples.

	ÉNONCÉ	RÉPONSE	JURY
1)	60 % de 80		
2)	Résoudre $2x + 3 = 5x - 1$.		
3)	Expression de la dérivée de $f : x \mapsto \ln(3x - 1)$	$\forall x > \frac{1}{3}$ $f'(x) = \dots\dots\dots$	
4)	Simplifier $1 + \ln\left(\frac{1}{e}\right)$.		
5)	Calculer $\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)$		
6)	Forme exponentielle de $-2i$		
7)	$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$	$A^{-1} = \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}$	
8)	Calculer $\sum_{k=0}^{200} \binom{200}{k}$		
9)	$\text{rg}((1, 1, 1), (2, 2, 2), (0, 1, 0))$		
10)	Compléter.	100 milliards = $10^{\dots}$	
11)	Simplifier $e^{2\ln(3)}$		
12)	Calculer $\binom{10}{9}$		
13)	$n \in \mathbb{N}^*$. Degré du polynôme $(X - 1)^n - X^n$		
14)	$A \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$, $A^3 - 3A = I_3$	$A^{-1} = \dots\dots\dots$	

	ÉNONCÉ	RÉPONSE	JURY
15)	Résoudre $y' + 3y = 0$		
16)	$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{n}}{\ln(n)}$		
17)	Compléter par un équivalent simple.	$n^2 \left(e^{\frac{1}{n}} - 1\right) \underset{+\infty}{\sim} \dots\dots\dots$	
18)	Compléter.	$\frac{x^2}{1+x^2} = \dots - \frac{1}{1+x^2}$	
19)	Compléter	$\sum_{k=0}^{19} 5 = \dots$	
20)	$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$	$\det(A) = \dots$	
21)	Une urne contient exactement 6 boules blanches et 3 boules noires. On tire au hasard une boule de l'urne. Quelle est la probabilité de tirer une boule blanche ?		
22)	Calculer $\int_{-2}^2 \sin(t) dt$.		
23)	Donner l'allure de la courbe de la fonction $x \mapsto \ln(x) $		
24)	Une primitive de $x \mapsto \frac{1}{1+x^2}$ sur $\mathbb{R}$ est :	$F : x \mapsto \dots\dots\dots$ 	

	ÉNONCÉ	RÉPONSE	JURY
25)	Vrai - Faux La famille $((1, 5), (2, \pi), (\sqrt{3}, -1))$ est libre.		
26)	Équation de la droite (AB). 		
27)	$f \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ telle que $\text{rg}(f) = 3$. Compléter.	$\dim(\text{Ker}(f)) = \dots\dots\dots$	
28)	$\arctan(-1)$		
29)	Soit $f : x \mapsto \int_0^x e^t dt$. Compléter :	$f'(x) = \dots\dots\dots$	
30)	$f \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$. $(1, 2, 3) \in \text{Ker}(f - 3\text{Id}_{\mathbb{R}^3})$. Compléter.	$f((1, 2, 3)) = \dots\dots\dots$	

NOM : PRÉNOM :
 CLASSE :
 SCORE : /30

- ✓ Durée : 9 minutes
- ✓ L'épreuve comporte 30 questions.
- ✓ L'usage de la calculatrice et du brouillon sont interdits. Il n'est pas permis d'écrire des calculs intermédiaires.

SUJET BCPST 1 - JUIN 2025

