

PROGRAMME DE COLLE DE LA SEMAINE 23.

Semaine du lundi 30 mars au vendredi 3 avril 2026.

Questions de cours :

1. Toutes les questions de cours de la semaine 22.
2. Définition de la variance d'une variable aléatoire X . Formule de Koenig-Huygens et sa démonstration.
3. Montrer que si X suit la loi uniforme sur $\llbracket 1, n \rrbracket$, alors $E(X) = \frac{n+1}{2}$ et $V(X) = \frac{n^2-1}{12}$.
4. Montrer que si X suit la loi binomiale de paramètres n, p , alors $E(X) = np$ (on pourra admettre un lemme du cours, à énoncer précisément).
5. En admettant le théorème de transfert montrer que si X et Y sont deux VAR indépendantes, alors $E(XY) = E(X)E(Y)$.
6. En admettant la linéarité de l'espérance et la propriété précédente, montrer que si X et Y sont deux VAR indépendantes, alors $V(X+Y) = V(X) + V(Y)$.
7. Définition de fonction continue en un point, de fonction prolongeable par continuité en un point.
Exemple : montrer que $x \mapsto \frac{\sin x}{x}$ est prolongeable par continuité en 0.

Thème de la colle :

CALCULS - poser 5 questions de la **toute nouvelle** feuille "Course aux nombres" (en page 2 de ce document - il s'agit de l'épreuve que les étudiants ont passée la semaine dernière). Ces questions doivent être traitées très rapidement. Les étudiants doivent savoir expliquer oralement leurs résultats.

ESPACES PROBABILISÉS FINIS

Tout le cours (voir programme de colle de la semaine 22)

VARIABLES ALÉATOIRES

Variables aléatoires réelles

Définition. Exemples. Loi de probabilité d'une VAR. Représentation d'une loi de probabilité. Système complet associé à une VAR. Fonction de répartition.

Lois usuelles

Loi certaine. Loi uniforme. Loi de Bernoulli. Loi binomiale.

Espérance et moment

Espérance : définition, exemples. Théorème de transfert (espérance d'une composée). Moment d'ordre r . Variance. Écart-type. Exemple illustrant que la variance et l'écart-type mesurent la dispersion d'une VAR autour de son espérance. Variable aléatoire réduite, centrée réduite associée à une VAR. Formule de Koenig-Huygens. Formule de Bienayme-Tchebychev.

Espérance et variance des lois usuelles

Loi certaine, loi uniforme, loi de Bernoulli, (loi binomiale : pas encore vue).

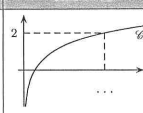
Variables aléatoires indépendantes

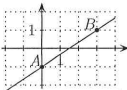
Définition. Si $X(\Omega) = \{x_1, \dots, x_n\}$ et $Y(\Omega) = \{y_1, \dots, y_m\}$, représentation des $P(X = x_i \cap Y = y_j)$ dans un tableau. Exemples.

Propriétés : si X et Y sont indépendantes, alors $E(XY) = E(X)E(Y)$ et $V(X+Y) = V(X) + V(Y)$.

Indépendance mutuelle de n VAR. Généralisation des propriétés précédentes au cas de n VAR mutuellement indépendantes.

	ÉNONCÉ	RÉPONSE	JURY
1)	Calculer $3 \times 0,7$.		
2)	Calculer 15 % de 60.		
3)	Calculer $\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)$.		
4)	Compléter.	$2x-1 = 5x-7 \Leftrightarrow x = \dots$	
5)	$P = X^2 - 3X + 2$. 1 est une racine de P . Quelle est l'autre racine ?		
6)	Écriture décimale de $10^2 + 10^{-1}$		
7)	$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$	$A^{-1} = \begin{pmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix}$	
8)	Développer $(x+1)(2x-3)$.		
9)	Ensemble de définition de $f : x \mapsto \sqrt{\ln(x)}$	$\mathcal{D}_f = \dots$	
10)	Calculer : $\sum_{k=3}^{12} 4$		
11)	Calculer $\binom{11}{2}$.		
12)	Calculer.	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{e^{-x}} = \dots$	

	ÉNONCÉ	RÉPONSE	JURY
13)	Compléter.		
14)	Résoudre $(x-3)(x-4) > 0$.	$\mathcal{S} = \dots$	
15)	Résoudre $y' + 3y = 6$.		
16)	Soit $x \in \mathbb{R}_+^*$. Simplifier $x e^{-2 \ln(x)}$		
17)	Calculer $\lfloor \sqrt{87} \rfloor$.		
18)	Soit $A \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ telle que $A^3 + 3A = I_3$. Compléter.	$A(\dots\dots\dots) = I_3$	
19)	Compléter.	$\sum_{k=1}^{101} \binom{100}{k-1} = \dots$	
20)	Simplifier $\frac{(n+1)!}{(n-1)!}$.		
21)	Donner un argument de 3i.		
22)	Expression de la dérivée de f définie sur $] -\infty, 1[$ par $f(x) = \ln(1-x)$	$\forall x < 1,$ $f'(x) = \dots\dots\dots$	
23)	$ x-3 < 0,3 \Leftrightarrow$	$\dots < x < \dots$	
24)	Une primitive de $f : x \mapsto \sqrt{x}$ sur $]0; +\infty[$ est :	$F : x \mapsto \dots\dots\dots$	

	ÉNONCÉ	RÉPONSE	JURY
25)	$f : \mathbb{R} \rightarrow]0; +\infty[$ $x \mapsto e^{3x-1}$ Compléter.	f est bijective de $\mathbb{R}$ dans $]0; +\infty[$ et $f^{-1} :]0; +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ $x \mapsto \dots\dots\dots$	
26)	Déterminer une équation de la droite (AB) . 		
27)	Calculer $\sum_{k=0}^n 2^k$		
28)	Solution particulière f_p de $y'' + 3y' = 9$	$f_p : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $x \mapsto \dots\dots\dots$	
29)	Calculer $\prod_{k=2}^{100} \frac{\ln(k)}{\ln(k+1)}$.		
30)	Calculer.	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left \frac{2x+3}{3x-1} \right = \dots$	

NOM : PRÉNOM :

SCORE : /30

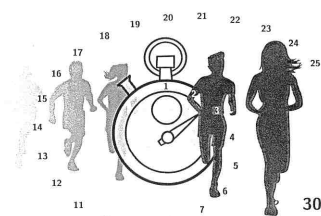
CLASSE :

✓ Durée : 9 minutes

✓ L'épreuve comporte 30 questions.

✓ L'usage de la calculatrice et du brouillon sont interdits. Il n'est pas permis d'écrire des calculs intermédiaires.

SUJET BCPST 1 - MARS 2026



La course aux nombres

MINISTÈRE
DE L'ÉDUCATION
NATIONALE
DE LA JEUNESSE
ET DES SPORTS

ACADÉMIE
DE NORMANDIE

ACADÉMIE
DE VERSAILLES

ACADÉMIE
DE REIMS

ACADÉMIE
DE STRASBOURG

ACADÉMIE
DE RENNES

ACADÉMIE
DE NANTES

ACADÉMIE
DE DIJON

ACADÉMIE
DE NANCY-METZ

ACADÉMIE
DE TOULOUSE

ACADÉMIE
D'ORLÉANS-TOURS

ACADÉMIE
DE LYON

