

PROGRAMME DE COLLE DE LA SEMAINE 24

Semaine du mardi 7 avril au vendredi 10 avril 2026.

Questions de cours :

1. Toutes les questions de cours de la semaine 23.
2. Montrer que

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto \begin{cases} x \cos \frac{1}{x} & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

est continue sur  $\mathbb{R}$ . On précisera oralement la méthode pour traiter ce type de fonctions.

3. Lemme précédant l'énoncé du théorème des valeurs intermédiaires avec illustration graphique (sans démonstration). Donner une fonction python **dichotomie(a,b,f,eps)** qui renvoie une valeur approchée à  $\epsilon$  près d'une racine de l'équation " $f(x) = 0$ " sur  $[a, b]$ .
4. Théorème des valeurs intermédiaires : énoncé sans démonstration. Illustration graphique. Remarques.
5. Théorème de la bijection : énoncé.

• Si le tableau de variation de  $f$  est :

|     |     |     |
|-----|-----|-----|
| $x$ | $a$ | $b$ |
| $f$ |     | $d$ |
|     | $c$ |     |

alors celui de  $f^{-1}$  est :

ici, on peut poser  $I =$   
alors  $f(I) =$

• Si le tableau de variation de  $f$  est :

|     |     |     |
|-----|-----|-----|
| $x$ | $a$ | $b$ |
| $f$ | $c$ |     |
|     |     | $d$ |

alors celui de  $f^{-1}$  est :

ici, on peut poser  $I =$   
alors  $f(I) =$

6. Définition des fonctions racines n-ièmes, pour  $n$  entier supérieur ou égal à 2. Illustration graphique.
7. Définition de la fonction Arctangente. Tracé de la courbe (obtenue à partir de la courbe de tan sur  $]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$ ). Remarques découlant de la définition (il y en 5).
8. Définition de fonction dérivable en  $a$ . Exemple : établir la dérivabilité et calculer la dérivée de  $x \mapsto \sqrt{x}$  sur  $\mathbb{R}_+$ . Montrer que cette fonction n'est pas dérivable en 0.
9. Opérations sur les fonctions dérivables : combinaison linéaire, produit, inverse et quotient : énoncés.

**Thème de la colle :**

VARIABLES ALÉATOIRES

Tout le cours.

CALCULS - poser 5 questions de la feuille "Course aux nombres" (en page 2 du programme de colle de la semaine 23). Ces questions doivent être traitées très rapidement. Les étudiants doivent savoir expliquer oralement leurs résultats.

VARIABLES ALÉATOIRES

Tout le cours (voir semaine 23)

## CONTINUITÉ

### **Fonction continue**

Continuité en un point. Prolongement par continuité. Continuité à droite/gauche en un point. Fonction continue sur un ensemble. Opérations sur les fonctions continues. Suites et fonctions continues.

### **Image d'un intervalle par une fonction continue**

Rappel : intervalles. Fonction continue changeant de signe sur un intervalle. Théorème des valeurs intermédiaires. Image d'un segment.

### **Théorème de la bijection et applications**

Théorème de la bijection. Exemple : fonction racine  $n^{ieme}$ , fonction Arctangente.

## DÉRIVABILITÉ

### **Définitions.**

Dérivée en un point. Dérivées à droite et à gauche en un point. Dérivabilité et continuité. Dérivabilité, continuité et DL. Fonction dérivée.

### **Opérations sur les fonctions dérivables**

Combinaison linéaire et produit. Inverse et quotient. Composée.