

PROGRAMME DE COLLE DE LA SEMAINE 25.

Semaine du lundi 13 avril au vendredi 17 avril 2026.

Questions de cours :

1. Toutes les questions de cours de la semaine 24.
2. Proposition : lien entre dérivabilité en a et dérivabilité à droite et à gauche en a (énoncé). Application : Étudier la dérivabilité en 0 de $x \mapsto |x|$ et de $x \mapsto \begin{cases} e^{-\frac{1}{x}} & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$.
3. Montrer que

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x} & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

- est dérivable sur \mathbb{R} et calculer sa dérivée. Tracer l'allure du graphe au voisinage de 0.
4. Dérivabilité de l'application réciproque d'une bijection : énoncé. Application : calcul de la dérivée de la fonction Arctangente.
 5. Formule des accroissements finis : énoncé, démonstration en admettant le théorème de Rolle. On énoncera précisément les hypothèses permettant d'appliquer le théorème de Rolle.
 6. Inégalité des accroissements finis. Énoncé, démonstration.

Thème de la colle :

CALCULS - poser 5 questions de la feuille "Course aux nombres" (en page 2). Ces questions doivent être traitées très rapidement. Les étudiants doivent savoir expliquer oralement leurs résultats.

DÉVELOPPEMENTS LIMITÉS

Connaître les DL usuels qui peuvent servir aux calculs de limites (par exemple pour étudier la continuité ou la dérivabilité en un point).

CONTINUITÉ

Tout le cours (voir programme de colle de la semaine 24)

DÉRIVABILITÉ

Définitions.

Dérivée en un point. Dérivées à droite et à gauche en un point. Dérivabilité et continuité. Dérivabilité, continuité et DL. Fonction dérivée.

Opérations sur les fonctions dérivables

Combinaison linéaire et produit. Inverse et quotient. Composée.

Dérivabilité de l'application réciproque d'une bijection. Exemples : dérivée de la fonction arctangente.

Théorème de Rolle, formule des accroissements finis

Théorème de Rolle. Formule des accroissements finis. Applications : inégalité des accroissements finis (le résultat est hors programme, il doit être démontré à chaque fois qu'on veut l'utiliser), variations d'une fonction sur un intervalle.

	ÉNONCÉ	RÉPONSE	JURY
1)	Calculer $3 \times 0,7$.		
2)	Calculer 15 % de 60.		
3)	Calculer $\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)$.		
4)	Compléter.	$2x-1 = 5x-7 \Leftrightarrow x = \dots$	
5)	$P = X^2 - 3X + 2$. 1 est une racine de P . Quelle est l'autre racine ?		
6)	Écriture décimale de $10^2 + 10^{-1}$		
7)	$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$	$A^{-1} = \begin{pmatrix} \dots & \dots \\ \dots & \dots \end{pmatrix}$	
8)	Développer $(x+1)(2x-3)$.		
9)	Ensemble de définition de $f : x \mapsto \sqrt{\ln(x)}$	$\mathcal{D}_f = \dots$	
10)	Calculer : $\sum_{k=3}^{12} 4$		
11)	Calculer $\binom{11}{2}$.		
12)	Calculer.	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{e^{-x}} = \dots$	

	ÉNONCÉ	RÉPONSE	JURY
13)	Compléter.		
14)	Résoudre $(x-3)(x-4) > 0$.	$\mathcal{S} = \dots$	
15)	Résoudre $y' + 3y = 6$.		
16)	Soit $x \in \mathbb{R}_+^*$. Simplifier $x e^{-2 \ln(x)}$		
17)	Calculer $\lfloor \sqrt{87} \rfloor$.		
18)	Soit $A \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ telle que $A^3 + 3A = I_3$. Compléter.	$A(\dots \dots \dots) = I_3$	
19)	Compléter.	$\sum_{k=1}^{101} \binom{100}{k-1} = \dots$	
20)	Simplifier $\frac{(n+1)!}{(n-1)!}$.		
21)	Donner un argument de 3i.		
22)	Expression de la dérivée de f définie sur $] -\infty, 1[$ par $f(x) = \ln(1-x)$	$\forall x < 1,$ $f'(x) = \dots$	
23)	$ x-3 < 0,3 \Leftrightarrow$	$\dots < x < \dots$	
24)	Une primitive de $f : x \mapsto \sqrt{x}$ sur $]0; +\infty[$ est :	$F : x \mapsto \dots$	

	ÉNONCÉ	RÉPONSE	JURY
25)	$f : \mathbb{R} \rightarrow]0; +\infty[$ $x \mapsto e^{3x-1}$ Compléter.	f est bijective de \mathbb{R} dans $]0; +\infty[$ et $f^{-1} :]0; +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ $x \mapsto \dots$	
26)	Déterminer une équation de la droite (AB) . 		
27)	Calculer $\sum_{k=0}^n 2^k$		
28)	Solution particulière f_p de $y'' + 3y' = 9$	$f_p : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $x \mapsto \dots$	
29)	Calculer $\prod_{k=2}^{100} \frac{\ln(k)}{\ln(k+1)}$.		
30)	Calculer.	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left\lfloor \frac{2x+3}{3x-1} \right\rfloor = \dots$	

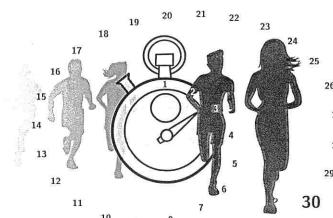
NOM : PRÉNOM :

SCORE : /30

CLASSE :

- ✓ Durée : 9 minutes
- ✓ L'épreuve comporte 30 questions.
- ✓ L'usage de la calculatrice et du brouillon sont interdits. Il n'est pas permis d'écrire des calculs intermédiaires.

SUJET BCPST 1 - MARS 2026



La course aux nombres

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE DE LA JEUNESSE ET DES SPORTS

ACADÉMIE DE NORMANDIE ACADÉMIE DE VERSAILLES ACADÉMIE DE REIMS ACADÉMIE DE STRASBOURG

ACADÉMIE DE RENNES ACADÉMIE DE NANTES ACADÉMIE DE DIJON ACADÉMIE DE NANCY-METZ

ACADÉMIE DE TOULOUSE ACADÉMIE D'ORLÉANS-TOURS ACADÉMIE DE LYON

ARMEP