

PROGRAMME DE COLLE DE LA SEMAINE 30.

Semaine du lundi 8 juin au vendredi 12 juin 2026.

**Questions de cours :**

1. Toutes les questions de la semaine 29.
2. Tableau des primitives usuelles.
3. Propriétés de l'intégrale (relation de Chasles, linéarité, positivité, croissance, inégalité et égalité de la moyenne, inégalité triangulaire continue) : énoncés (sans démonstration), interprétation graphique quand il y en a une.
4. Convergence des sommes de Riemann (uniquement le corollaire, sans démonstration). Limite de  $\sum_{k=0}^{n-1} \frac{1}{n+k}$ .
5.  $P$  étant un polynôme et  $\alpha$  un nombre réel, expliquer comment on calcule  $\int_a^b P(t)e^{\alpha t} dt$ , ou  $\int_a^b P(t) \cos(\alpha t) dt$  ou  $\int_a^b P(t) \sin(\alpha t) dt$ . Application : calculer une primitive de  $x \mapsto x^2 e^x$  sur  $\mathbb{R}$ .
6. Comment calcule t-on  $\int_a^b \cos^p x \sin^q x dx$ . Expliquer. Exemple :  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^4 x dx$  et/ou  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^4 x \sin^3 x dx$ .

**Thème de la colle :**

**CALCULS :**

Chaque élève devra calculer :

- une intégrale par intégration par parties
- une intégrale par changement de variable

**INTÉGRATION :**

**Intégrale d'une fonction continue sur un segment.**

Définition (c'est "l'aire algébrique sous la courbe"). Exemples.

**Calcul de l'intégrale d'une fonction continue.**

Rappels : primitives (définition, existence, ensemble des primitives d'une fonction continue sur un intervalle). Primitives usuelles. Exemples.

**Propriétés.**

Relation de Chasles. Linéarité. Positivité. Croissance. Inégalité de la moyenne. Inégalité triangulaire continue.

**Convergence des sommes de Riemann.**

Principe. Convergence des sommes de Riemann.

**CALCULS DE PRIMITIVES :**

**Reconnaissance de primitives.**

Quand la fonction à intégrer est du type  $x \mapsto u'(x)f(u(x))$ . Définir par une intégrale l'unique primitive de  $f$  qui s'annule en  $x_0$ .

**Intégration par parties.**

Principe. Exemples.

**Changement de variables.**

Principe. Exemples.

**Calcul de  $\int_a^b \sin^p x \cos^q x dx$  (suivant la parité de  $p$  et  $q$ ).**

**Primitives de  $x \mapsto P(x)e^{ax}$ , ou  $x \mapsto P(x) \cos(ax)$ , ou  $x \mapsto P(x) \sin(ax)$ , où  $P$  est un polynôme.**