

INTERROGATION ÉCRITE NUMÉRO 1. SUJET A.

Vendredi 4 septembre 2026.

L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé.

Résoudre les équations et inéquations suivantes, d'inconnue $x \in \mathbb{R}$. On donnera l'ensemble des solutions de chaque équation :

(a) $3x^2 + 5x + 2 = 0$

Il s'agit d'une équation du second degré. On remarque que -1 est racine. Or le produit des racines vaut $-\frac{2}{3}$.

Donc l'autre racine vaut $-\frac{2}{3}$ (on est dans le cas où $\Delta > 0$).

Ainsi, l'ensemble des solutions est :

$$\left\{-1, -\frac{2}{3}\right\}$$

(b) $2x^2 = 3$

$$2x^2 = 3 \Leftrightarrow x^2 = \frac{3}{2} \text{ or } \frac{3}{2} > 0$$

$$\Leftrightarrow x = \sqrt{\frac{3}{2}} \text{ or } x = -\sqrt{\frac{3}{2}}$$

L'ensemble des solutions est $\left\{\sqrt{\frac{3}{2}}, -\sqrt{\frac{3}{2}}\right\}$

(c) $3x^2 + 2 = 0$

$$\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \geq 0 \text{ donc } 3x^2 + 2 > 0$$

Donc l'ensemble des solutions est $\emptyset$

(d) $|2x + 1| = 3$

$$|2x + 1| = 3 \Leftrightarrow 2x + 1 = 3 \text{ or } 2x + 1 = -3$$

$$\Leftrightarrow 2x = 2 \text{ or } 2x = -4$$

$$\Leftrightarrow x = 1 \text{ or } x = -2$$

L'ensemble des solutions est $\{1, -2\}$

(e) $|x+1| \geq 2$

$$|x+1| \geq 2 \quad (\Leftrightarrow) \quad x+1 \leq -2 \quad \text{ou} \quad x+1 \geq 2$$

$$\Leftrightarrow x \leq -3 \quad \text{ou} \quad x \geq 1$$

L'ensemble des solutions est $]-\infty, -3] \cup [1, +\infty[$

Question bonus : Combien existe-t-il de nombres entiers dont la somme des chiffres vaut 2026 et le produit des chiffres vaut 2 ?

Question défi : Combien existe-t-il de nombres entiers dont la somme des chiffres vaut 2026 et le produit des chiffres vaut 4 ?

Q° Bonus: Un tel entier a pour chiffres : des 1 et un seul 2
(pour que le produit vaille 2)

Puisque la somme des chiffres vaut 2026, il y a exactement:
un "2" et 2024 "1" (nombre à 2025 chiffres)

Le 2 a donc 2025 places possibles.

Il y a donc 2025 tels nombres.

Q° défi: pour que le produit vaille 4, il y a 2 cas de figures:

- soit les chiffres sont 4, $\underbrace{1 \dots 1}_{2022 \text{ "1"}}$ $\rightarrow$ nombre à 2023 chiffres

$\hookrightarrow$ il y a 2023 entiers possibles.

- soit les chiffres sont 2, 2, $\underbrace{1 \dots 1}_{2022 \text{ "1"}}$ $\rightarrow$ nombre à 2024 chiffres

$\hookrightarrow$ choisir un tel nombre revient à choisir la place des 2
parmi 2024 places possibles:

il y a $\binom{2024}{2}$ entiers possibles

Au total, il y a donc $2023 + \binom{2024}{2}$ tels nombres

$$= 2023 + \frac{2024 \times 2023}{2}$$

$$= 2023 (1 + 1012)$$

$$= 2023 \times 1013$$

INTERROGATION ÉCRITE NUMÉRO 1. SUJET B.

Vendredi 4 septembre 2026.

L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé.

Résoudre les équations et inéquations suivantes, d'inconnue $x \in \mathbb{R}$. On donnera l'ensemble des solutions de chaque équation :

(a) $5x^2 + 3x - 2 = 0$

Il s'agit d'une équation du second degré. On remarque que -1 est racine (donc $\Delta > 0$). Or le produit des racines vaut $-\frac{2}{5}$.
Donc l'autre racine est $\frac{2}{5}$.
Ainsi, l'ensemble des solutions est $\{-1, +\frac{2}{5}\}$

(b) $3x^2 = 2$

$$3x^2 = 2 \quad (\Rightarrow) \quad x^2 = \frac{2}{3} \quad \left(\frac{2}{3} > 0\right)$$

$$\Leftrightarrow x = \sqrt{\frac{2}{3}} \text{ ou } x = -\sqrt{\frac{2}{3}}$$

L'ensemble des solutions est $\left\{\sqrt{\frac{2}{3}}, -\sqrt{\frac{2}{3}}\right\}$

(c) $2x^2 + 3 = 0$

$\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \geq 0$ donc $2x^2 + 3 > 0$
Donc l'ensemble des solutions est $\emptyset$

(d) $|3x - 1| = 2$

$$|3x - 1| = 2 \quad (\Rightarrow) \quad 3x - 1 = 2 \text{ ou } 3x - 1 = -2$$

$$\Leftrightarrow 3x = 3 \text{ ou } 3x = -1$$

$$\Leftrightarrow x = 1 \text{ ou } x = -\frac{1}{3}$$

L'ensemble des solutions est $\left\{1, -\frac{1}{3}\right\}$

(e) $|x+2| \geq 1$

$$|x+2| \geq 1 \quad (\Leftrightarrow) \quad x+2 \leq -1 \quad \text{ou} \quad x+2 \geq 1$$

$$\Leftrightarrow \quad x \leq -3 \quad \text{ou} \quad x \geq -1$$

L'ensemble des solutions est $] -\infty, -3] \cup [-1, +\infty[$

Question bonus : Combien existe-t-il de nombres entiers dont la somme des chiffres vaut 2026 et le produit des chiffres vaut 2 ?

Question défi : Combien existe-t-il de nombres entiers dont la somme des chiffres vaut 2026 et le produit des chiffres vaut 4 ?