

INTERROGATION ÉCRITE NUMÉRO 2. SUJET A.

Vendredi 11 septembre 2026.

L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé.

Exercice 1 - Résoudre dans $\mathbb{R}$: $\sin(2x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

$$\begin{aligned} \sin(2x) = \frac{\sqrt{3}}{2} &\Leftrightarrow \sin(2x) = \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) \\ &\Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi \text{ ou } 2x = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi, \quad k \in \mathbb{Z} \\ &\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k\pi \text{ ou } x = \frac{\pi}{3} + k\pi, \quad k \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

Ainsi, l'ensemble des solutions est $\bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left\{ \frac{\pi}{6} + k\pi, \frac{\pi}{3} + k\pi \right\}$

Exercice 2 - Résoudre dans $\mathbb{R}$: $2\cos^2(x) - \sqrt{3}\cos(x) - 3 = 0$. (E)On pose $X = \cos(x)$

$$(E) \Leftrightarrow 2X^2 - \sqrt{3}X - 3 = 0$$

c'est une équation du second degré de discriminant $\Delta = 27 > 0$
 donc elle a deux racines réelles :
$$\begin{cases} \frac{\sqrt{3} - \sqrt{27}}{4} = \frac{\sqrt{3} - 3\sqrt{3}}{4} = -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3} + \sqrt{27}}{4} = \sqrt{3} \end{cases}$$

$$\text{Ainsi, } (E) \Leftrightarrow X = -\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ ou } X = \sqrt{3}$$

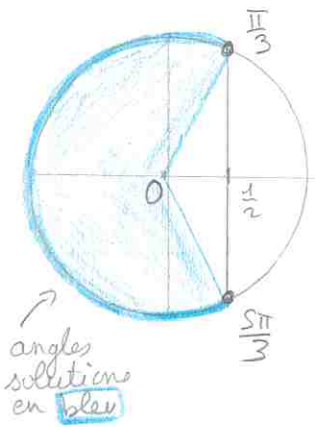
$$\Leftrightarrow \cos(x) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ ou } \underbrace{\cos(x) = \sqrt{3}}_{\text{pas de solution car } \sqrt{3} > 1}$$

$$\Leftrightarrow \cos(x) = \cos\left(\frac{5\pi}{6}\right)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi \text{ ou } x = -\frac{5\pi}{6} + 2k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$$

Ainsi, l'ensemble des solutions est $\bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left\{ \frac{5\pi}{6} + 2k\pi, -\frac{5\pi}{6} + 2k\pi \right\}$

Exercice 3 - Résoudre dans $\mathbb{R}$: $\cos(x) \leq \frac{1}{2}$.



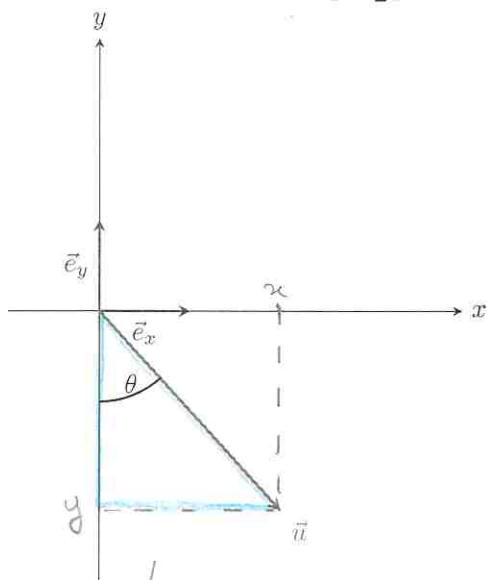
On constate sur le cercle trigonométrique que :

$$\cos(x) \leq \frac{1}{2} \Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{Z} : \frac{\pi}{3} + 2k\pi \leq x \leq \frac{5\pi}{3} + 2k\pi$$

Donc l'ensemble des solutions est :

$$\bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left[\frac{\pi}{3} + 2k\pi, \frac{5\pi}{3} + 2k\pi \right]$$

Exercice 4 - Déterminer les coordonnées du vecteur $\vec{u}$ dans la base $(\vec{e}_x, \vec{e}_y)$, en fonction de l'angle $\theta \in [0, \frac{\pi}{2}]$: On note $l = \|\vec{u}\|$



On note (x, y) les coordonnées de $\vec{u}$

On constate que $x > 0$ et $y < 0$

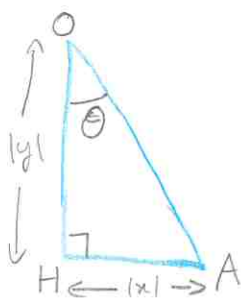
$\theta \in [0, \frac{\pi}{2}]$ donc $\cos \theta \geq 0$ et $\sin \theta \geq 0$

$$\begin{cases} |x| = l \sin \theta \\ |y| = l \cos \theta \end{cases} \quad (*)$$

On en déduit :

$$\begin{cases} x = l \sin \theta \\ y = -l \cos \theta \end{cases}$$

(*)



dans le triangle OAH, rectangle en H

on obtient : $\cos \theta = \frac{OH}{OA}$ donc $OH^2 = OA^2 \cos^2 \theta$, or $\begin{cases} OH = |y| \\ OA = l \end{cases}$ donc $|y| = l \cos \theta$

$\sin \theta = \frac{AH}{OA}$ donc $AH = OA \sin \theta$, or $\begin{cases} AH = |x| \\ OA = l \end{cases}$ donc $|x| = l \sin \theta$

INTERROGATION ÉCRITE NUMÉRO 2. SUJET B.

Vendredi 11 septembre 2026.

L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé.

Exercice 1 - Résoudre dans $\mathbb{R}$: $\sin(2x) = -\frac{1}{2}$.

$$\begin{aligned} \sin(2x) = -\frac{1}{2} &\Leftrightarrow \sin(2x) = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) \\ &\Leftrightarrow 2x = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi \text{ ou } 2x = -\frac{5\pi}{6} + 2k\pi, \quad k \in \mathbb{Z} \\ &\Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{12} + k\pi \text{ ou } x = -\frac{5\pi}{12} + k\pi, \quad k \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

l'ensemble des solutions est :

$$\bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left\{ -\frac{\pi}{12} + k\pi, -\frac{5\pi}{12} + k\pi \right\}$$

Exercice 2 - Résoudre dans $\mathbb{R}$: $2\cos^2(x) - 5\cos(x) - 3 = 0$.

On note (E) cette équation.

On pose $X = \cos(x)$. Ainsi :

$$(E) \Leftrightarrow 2X^2 - 5X - 3 = 0$$

équation du second degré, de discriminant $\Delta = 49 > 0$
Elle a 2 racines réelles : 3 et $-\frac{1}{2}$

$$\text{Ainsi, } (E) \Leftrightarrow X = 3 \text{ ou } X = -\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \underbrace{\cos(x) = 3}_{\substack{\text{pas de solution} \\ \text{car } 3 > 1}} \text{ ou } \cos(x) = -\frac{1}{2}$$

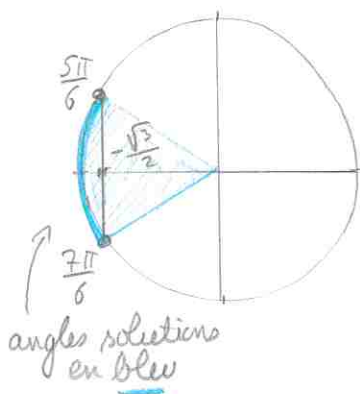
$$\Leftrightarrow \cos(x) = \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi \text{ ou } x = -\frac{2\pi}{3} + 2k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$$

Ainsi, l'ensemble des solutions est :

$$\bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left\{ \frac{2\pi}{3} + 2k\pi, -\frac{2\pi}{3} + 2k\pi \right\}$$

Exercice 3 - Résoudre dans $\mathbb{R}$: $\cos(x) \leq -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

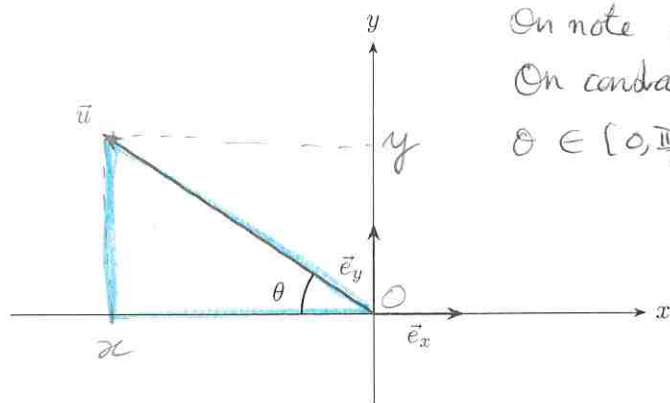


On consulte sur le cercle trigonométrique que :
 $\cos(x) \leq -\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{Z} : \frac{5\pi}{6} + 2k\pi \leq x \leq \frac{7\pi}{6} + 2k\pi$

Donc l'ensemble des solutions est :

$$\bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left[\frac{5\pi}{6} + 2k\pi, \frac{7\pi}{6} + 2k\pi \right]$$

Exercice 4 - Déterminer les coordonnées du vecteur $\vec{u}$ dans la base $(\vec{e}_x, \vec{e}_y)$, en fonction de l'angle $\theta \in [0, \frac{\pi}{2}]$: On note $l = \|\vec{u}\|$

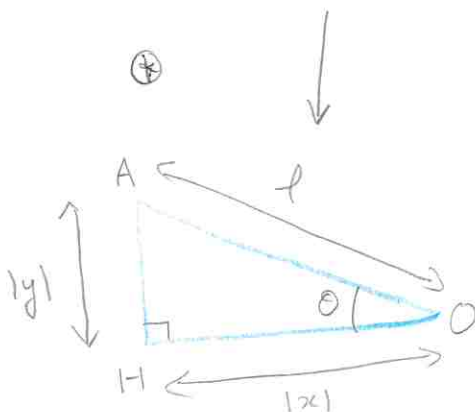


On note (x, y) les coordonnées de $\vec{u}$
 On constate que $x < 0$ et $y > 0$
 $\theta \in [0, \frac{\pi}{2}]$ donc $\cos \theta \geq 0$ et $\sin \theta \geq 0$

$$\begin{cases} |x| = l \cos \theta \\ |y| = l \sin \theta \end{cases} \quad (*)$$

On en déduit :

$$\begin{cases} x = -l \cos \theta \\ y = l \sin \theta \end{cases}$$



$$\cos \theta = \frac{OH}{OA} = \frac{|x|}{l} \quad \text{donc } |x| = l \cos \theta$$

$$\sin \theta = \frac{AH}{OA} = \frac{|y|}{l} \quad \text{donc } |y| = l \sin \theta$$