

INTERROGATION ÉCRITE NUMÉRO 3. SUJET A.

Vendredi 25 septembre 2026.

L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé.

Exercice 1 - Racines carrées

1. Simplifier : $\sqrt{(\sqrt{7}-4)^2}$

$$\begin{aligned} \sqrt{(\sqrt{7}-4)^2} &= |\sqrt{7}-4| \\ \text{Or } \sqrt{7}-4 &< 0 \text{ car } \sqrt{7} < \underbrace{\sqrt{16}}_4, \text{ donc } |\sqrt{7}-4| = -(\sqrt{7}-4) = 4-\sqrt{7} \\ \text{Ainsi, } \boxed{\sqrt{(\sqrt{7}-4)^2}} &= 4-\sqrt{7} \end{aligned}$$

2. Simplifier : $\sqrt{11+4\sqrt{7}}$

$$\begin{aligned} \sqrt{11+4\sqrt{7}} &= \sqrt{7^2 + 2^2 + 2 \times 2 \times \sqrt{7}} \\ &= \sqrt{(2+\sqrt{7})^2} \\ &= |2+\sqrt{7}| \\ &= \boxed{2+\sqrt{7}} \text{ car } 2+\sqrt{7} > 0 \end{aligned}$$

3. Rendre le dénominateur rationnel : $\frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$

On multiplie numérateur et dénominateur par la quantité conjuguée du dénominateur :

$$\frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{5}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{\sqrt{3}^2 - \sqrt{2}^2} = \boxed{\sqrt{15} + \sqrt{10} - \sqrt{6} - 2}$$

Exercice 2 - Soit n un entier naturel fixé. On considère la proposition suivante :

P « si n^2 n'est pas multiple de 3, alors n n'est pas multiple de 3 ».

1. Donner la négation de P .
2. P est une implication ("si... alors..."). En donner la contraposée.
3. Démontrer la proposition P par la méthode de votre choix (directement ou par contraposition). On apportera un soin particulier à la rédaction.

① non (P) : " n^2 n'est pas un multiple de 3 et n est multiple de 3"

② contraposée :

Si n est multiple de 3, alors n^2 est multiple de 3"

③ Nous allons démontrer la contraposée (qui a même signification que l'implication initiale)

On suppose que n est multiple de 3.

Il existe donc $k \in \mathbb{Z}$ tel que $n = 3k$

$$\text{Donc } n^2 = 3^2 k^2 = 3 \times (3k^2)$$

On pose $k' = 3k^2$ - Donc $\begin{cases} n^2 = 3k' \\ k' \in \mathbb{Z} \end{cases}$ (produit d'entiers)

Donc n^2 est multiple de 3.

Conclusion : Si n est multiple de 3, alors n^2 est multiple de 3.

Donc, par contraposition :

Si n^2 n'est pas multiple de 3, alors n n'est pas multiple de 3.

INTERROGATION ÉCRITE NUMÉRO 3. SUJET B.

Vendredi 25 septembre 2026.

L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé.

Exercice 1 - Racines carrées

1. Simplifier : $\sqrt{(\sqrt{5}-3)^2}$

$$\sqrt{(\sqrt{5}-3)^2} = |\sqrt{5}-3|$$

Or $\sqrt{5}-3 < 0$ car $\sqrt{5} < \frac{\sqrt{9}}{3}$, donc $|\sqrt{5}-3| = -(\sqrt{5}-3) = 3-\sqrt{5}$

Ainsi, $\boxed{\sqrt{(\sqrt{5}-3)^2} = 3-\sqrt{5}}$

2. Simplifier : $\sqrt{9+4\sqrt{5}}$

On remarque que $9+4\sqrt{5} = \sqrt{5}^2 + 2^2 + 2 \times 2\sqrt{5} = (2+\sqrt{5})^2$
↗
identité remarquable

Donc $\boxed{\sqrt{9+4\sqrt{5}} = \sqrt{(2+\sqrt{5})^2} = |2+\sqrt{5}| = 2+\sqrt{5}}$ car $2+\sqrt{5} > 0$

3. Rendre le dénominateur rationnel : $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}}$

On multiplie le numérateur et le dénominateur par la quantité conjuguée du dénominateur :

$$\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{2}+\sqrt{3})(1+\sqrt{3})}{1^2 - \sqrt{3}^2} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6} + \sqrt{3} + 3}{-2}$$

Donc $\boxed{\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}} = \frac{-\sqrt{2}-\sqrt{3}-\sqrt{6}-3}{2}}$

Exercice 2 - Soit n un entier naturel fixé. On considère la proposition suivante :

P « si n^2 n'est pas multiple de 5, alors n n'est pas multiple de 5 ».

1. Donner la négation de P .
2. P est une implication ("si... alors..."). En donner la contraposée.
3. Démontrer la proposition P par la méthode de votre choix (directement ou par contraposition). On apportera un soin particulier à la rédaction.

① $\text{non}(P)$: " n^2 n'est pas multiple de 5 et n est multiple de 5"

② contraposée :

si n est multiple de 5, alors n^2 est multiple de 5

③ Nous allons démontrer la contraposée (qui a même signification que l'implication initiale)

On suppose que n est multiple de 5

Il existe donc $k \in \mathbb{Z}$ tel que $n = 5k$

$$\text{Donc } n^2 = 5^2 k^2 = 5 \times (5k^2)$$

On pose $k' = 5k^2$. $k' \in \mathbb{Z}$, (obtenu par produits d'entiers)

et $n^2 = 5k'$. Donc n^2 est multiple de 5.

Conclusion : si n est multiple de 5, alors n^2 est multiple de 5.

Donc, par contraposition :

Si n^2 n'est pas multiple de 5, alors n n'est pas multiple de 5.