

PROGRAMME DE COLLE DE LA SEMAINE 5.

Semaine du lundi 12 octobre au vendredi 16 octobre 2026.

**Questions de cours à connaître par cœur :**

1. Toutes les questions de cours de la semaine 4
2. Définition du module d'un nombre complexe. Interprétation géométrique. Propriétés (proposition 3 du cours) : énoncé, démonstration uniquement de  $|zz'| = |z| \cdot |z'|$ .
3. Définition du cercle trigonométrique dans le plan complexe. Définition d'un argument d'un nombre complexe non-nul et interprétation géométrique. Exemple : Déterminer un argument de  $z = \sqrt{3} - i$ .
4. Notation  $e^{i\theta} = \dots$   
Exemples avec représentation dans le plan complexe :  
 $e^{i0}, e^{i\frac{\pi}{2}}, e^{i\pi}, e^{-i\pi}, e^{-i\frac{\pi}{2}}, e^{2i\pi}$ .  
Montrer que pour tout  $\theta \in \mathbb{R}$ , pour tout  $k \in \mathbb{Z}$ ,  $e^{i(\theta+2k\pi)} = e^{i\theta}$ .
5. Proposition : propriétés de l'exponentielle complexe avec démonstration.
6. Formules d'Euler avec démonstration.
7. **Facultatif** : Factorisation par l'angle moitié de  $1 + e^{i\theta}$  et  $e^{i\alpha} - e^{i\beta}$ .
8. Forme trigonométrique (ou "forme exponentielle") d'un nombre complexe non-nul : définition. Proposition (numéro 10 du cours) : égalité de deux nombres complexes écrits sous forme trigonométrique. Application : Soit  $R \in \mathbb{R}_+^*$  et  $\alpha \in \mathbb{R}$ . Résoudre l'équation  $z^2 = Re^{i\alpha}$ , d'inconnue  $z \in \mathbb{C}$ .

**Thème de la colle :**

**CALCULS : Exos-Chronos 2.**

Tous les élèves seront interrogés sur un exercice (choisi par l'examineur) de la feuille "Exos-Chronos 2".  
L'exercice doit être fait en moins de 2 minutes.

**SOMMES ET PRODUITS**

**Notation**  $\Sigma$ . Linéarité, relation de Chasles. Changements d'indices. Application : somme télescopique. Sommes doubles. Exemples de sommes à connaître.

**Notation**  $\prod$ .

Propriétés. Exemples.

**Formule du binôme**

Coefficients binomiaux : définition, premières propriétés

$$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}, \binom{n}{0} = \binom{n}{n} = \dots, \binom{n}{1} = \binom{n}{n-1} \dots, \binom{n}{2} = \binom{n}{n-2} = \dots$$

Relation de Pascal. Triangle de Pascal. Formule du binôme.

**NOMBRES COMPLEXES**

**Introduction et premières définitions**

Forme algébrique. Plan complexe. Conjugué.

Écrire un nombre complexe sous forme algébrique. Déterminer la partie réelle et la partie imaginaire d'un nombre complexe.

**Forme trigonométrique**

Module. Inégalités triangulaires. Cercle trigonométrique. Complexes de module 1. Argument d'un nombre complexe non-nul. Application : transformation de  $a \cos x + b \sin x$ . Exponentielle complexe : pour tout  $\theta \in \mathbb{R}$ ,  $e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$ . Formules d'Euler. Application : factorisation par l'angle moitié. Formule de Moivre. Forme trigonométrique d'un nombre complexe non nul.