INTERROGATION ÉCRITE NUMÉRO 6. SUJET A.

Vendredi 6 novembre 2026.
L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé.

Exercice 1 - Rattrapage DS1

Montrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $n^2 - n$ est pair.

↳ voir correction DS1

Corrigé Sujet A.

Exercice 2

Résoudre : $|\frac{1}{2}x+1| > 2x-1$. Interpréter graphiquement.

$|\frac{1}{2}x+1| > 2x-1 \iff \frac{1}{2}x+1 > 2x-1$ ou $\frac{1}{2}x+1 < -(2x-1)$

$\iff 2 > \frac{3}{2}x$ ou $\frac{5}{2}x < 0$

$\iff x < \frac{4}{3}$ ou $x < 0$

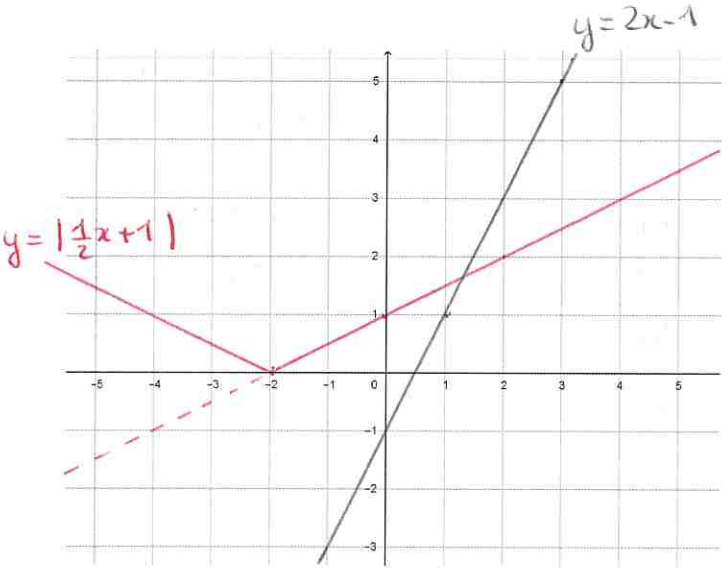
$\iff x \in]-\infty, \frac{4}{3}[$ ou $x \in]-\infty, 0[$

$\iff x \in]-\infty, \frac{4}{3}[\cup]-\infty, 0[$

$\iff x \in]-\infty, \frac{4}{3}[$

Donc l'ensemble des solutions est $]-\infty, \frac{4}{3}[$

Interprétation géométrique :
L'ensemble des abscisses des points du graphe de $x \mapsto |\frac{1}{2}x+1|$ qui sont au-dessus du graphe de $x \mapsto 2x-1$ est l'ensemble $]-\infty, \frac{4}{3}[$



Exercice 3

Résoudre : $\frac{1}{x}+1 \geqslant 2x$. On commencera par donner l'ensemble de définition de cette inéquation.

Cette équation est définie sur $\mathbb{R}^*$. On la résout sur $\mathbb{R}^*$:

$\frac{1}{x}+1 \geqslant 2x \iff 0 \geqslant 2x-1-\frac{1}{x}$

$\iff 0 \geqslant \frac{2x^2-x-1}{x}$ Nous allons étudier le signe de ce quotient.

Numérateur : trinôme de racines 1 et $-\frac{1}{2}$. Son coefficient dominant est >0 ↪ ✓

On en déduit le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		0		1		$+\infty$
$2x^2-x-1$		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
x		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$\frac{2x^2-x-1}{x}$		$-$	0	$+$	‖	$-$	0	$+$	

On en déduit l'ensemble des solutions : $]-\infty, -\frac{1}{2}] \cup]0, 1]$

Corrigé Sujet B

Exercice 2

Résoudre : $|\frac{1}{2}x - 1| > 2x + 1$. Interpréter graphiquement.

$|\frac{1}{2}x-1| > 2x+1 \iff \frac{1}{2}x-1 > 2x+1$ ou $\frac{1}{2}x-1 < -(2x+1)$

$\iff -2 > \frac{3}{2}x$ ou $\frac{5}{2}x < 0$

$\iff x < -\frac{4}{3}$ ou $x < 0$

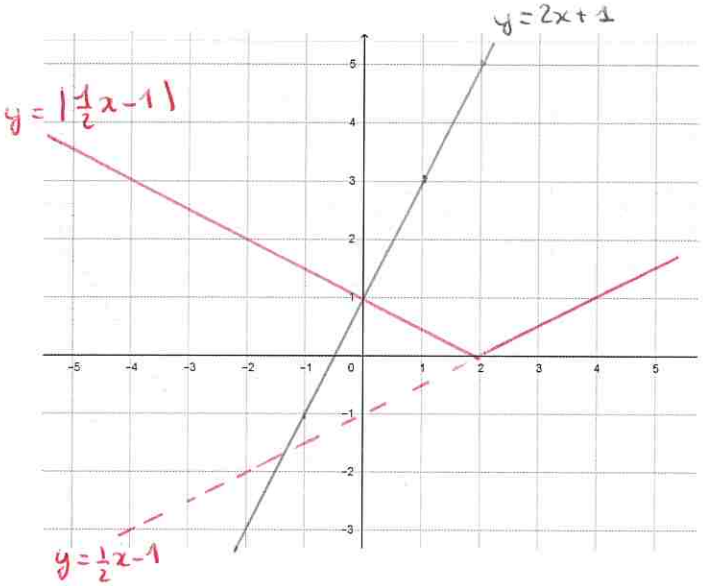
$\iff x \in]-\infty, -\frac{4}{3}[$ ou $x \in]-\infty, 0[$

$\iff x \in]-\infty, -\frac{4}{3}[\cup]-\infty, 0[$

$\iff x \in]-\infty, 0[$

L'ensemble des solutions est $\mathbb{R}^*_-$

Interprétation : l'ensemble des sol° est l'ensemble des abscisses des points du graphe de $x \mapsto |\frac{1}{2}x-1|$ (en rouge) qui sont au-dessus du graphe de $x \mapsto 2x+1$ (en noir)



Exercice 3

Résoudre : $\frac{1}{x} \geqslant 2x + 1$. On commencera par donner l'ensemble de définition de cette inéquation.

Cette équation est définie sur $\mathbb{R}^*$. On résout sur $\mathbb{R}^*$:

$\frac{1}{x} \geqslant 2x+1 \iff 0 \geqslant 2x+1-\frac{1}{x}$

$\iff 0 \geqslant \frac{2x^2+x-1}{x}$

Nous allons étudier le signe de ce quotient

Numérateur : $2x^2+x-1$ est un trinôme de racines -1 et $\frac{1}{2}$ - son coefficient dominant est >0 → ∪ (−1, ½)

On en déduit le tableau de signe :

x	$-\infty$		-1		0		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$2x^2+x-1$	+	0	−		−	0	+		
x	−		−	0	+		+		
$\frac{2x^2+x-1}{x}$	−	0	+	‖	−	0	+		

On en déduit l'ensemble des solutions : $]-\infty, -1] \cup]0, \frac{1}{2}]$