Semaine 2 - Lundi 23 septembre au vendredi 27 septembre

Chapitre 1 - Logique, raisonnements et ensembles

I/ Logique élémentaire

1. Assertions
    - Définitions : assertion, proposition
2. Connecteurs logiques
    - Négation, conjonction "et", disjonction "ou", disjonction exclusive "ou bien", implication $\Rightarrow$, équivalence $\Leftrightarrow$
3. Propriétés des connecteurs logiques
    - Commutativité, associativité, distributivités, lois de Morgan

II/ Raisonnements

1. Raisonnements liés aux implications
    - Pour démontrer que $P \Rightarrow Q$ est vraie (raisonnement direct ou contraposé) ou fausse (contre-exemple)
2. Disjonction de cas
3. Raisonnement par l'absurde
4. Analyse-Synthèse
5. Récurrence
    - Principe de récurrence, de récurrence double, de récurrence forte (*toujours* avec aide de l'énoncé)

III/ Ensembles

1. Définitions
    - Ensemble, élément, notation $x \in E$, ensemble vide $\emptyset$
    - Quantificateurs : $\forall$, $\exists$, $\exists!$
2. Inclusion
    - Définitions : $A \subset B$, sous-ensemble
    - Cas d'égalité
3. Opérations sur les ensembles
    - Différence $A \backslash B$, complémentaire $\overline{A}$, intersection $A \cap B$, union $A \cup B$
    - Propriétés : commutativité, associativité, distributivités, lois de Morgan
4. Produit cartésien
    - Définitions : $E \times F$, E^2, $E_1 \times \cdots \times E_p$, $p-$listes, E^p

Chapitre 2 - Suites réelles usuelles

I/ Généralités

- Définitions : suite réelle, terme général
- Opérations : somme, produit par un réel, produit de deux suites, quotient

II/ Suites arithmétiques

1. Définition et expression du terme général
    - Définition : suite arithmétique, raison
    - Terme général : $u_n = u_0 + nr$ et $u_n = u_p + (n-p)r$
2. Sommes
    - Somme des entiers consécutifs : $m + \cdots + n = (n-m+1)\,\dfrac{m+n}{2}$
    - $1 + \cdots + n = \dfrac{n(n+1)}{2}$
    - Sommes arithmétiques : $u_m + \cdots + u_n = (n-m+1)\,\dfrac{u_m+u_n}{2}$

III/ Suites géométriques

1. Définition et expression du terme général
    - Définition : suite géométrique, raison
    - Terme général : $u_n = u_0 \times q^n$ et, si$q \neq 0$, $u_n = u_p \times q^{n-p}$
2. Sommes
    - Somme des q^k : $1 + q + \cdots + q^n = \dfrac{1-q^{n+1}}{1-q}$
    - $q^m + \cdots + q^n = q^m\,\dfrac{1-q^{n-m+1}}{1-q}$
    - Sommes géométriques : $u_m + \cdots + u_n = u_m\,\dfrac{1-q^{n-m+1}}{1-q}$

IV/ Suites arithmético-géométriques

- Définition
- Méthode pour exprimer le terme général : recherche du point fixe, suite auxiliaire, expression du terme général

V/ Suites récurrentes linéaires d'ordre 2 sans second membre

- Définition
- Méthode pour exprimer le terme général : équation caractéristique, puis expression selon le signe de Δ

Chapitre 3 - Méthodes de calcul

I/Sommes

1. Symbole de somme : $\sum$
   - Définition de $\sum_{k=n}^{m} a_k$
2. Règles de calcul
   - Linéarité, découpage (en in indice ou entre termes pairs et impairs), sommes télescopiques, changement d'indice par translation ou
3. Sommes à connaître
   - Sommes arithmétiques et géométriques, somme des carrés
4. Sommes doubles
   - Somme sur un rectangle, somme sur un triangle

II/ Produits

- Définition de $\prod_{k=n}^{m} a_k$
- Règles de calcul : $\prod_{k=n}^{m} a_k b_k = \left(\prod_{k=n}^{m} a_k\right)\left(\prod_{k=n}^{m} b_k\right)$, $\prod_{k=n}^{m} a_k^{\alpha} = \left(\prod_{k=n}^{m} a_k\right)^{\alpha}$ et $\prod_{k=n}^{m} \lambda a_k = \lambda^{n-m+1} \prod_{k=n}^{m} a_k$
- Règles de calcul : changement d'indice, découpage, produits télescopiques
- Définition : factorielle

III/ Coefficients binomiaux

1. Définition et premières propriétés
   - Définition : pour $k, n \in \mathbb{N}$, si $0 \leqslant k \leqslant n$, alors $\binom{n}{k} = \dfrac{n!}{k!\,(n-k)!}$ et, si $k > n$, alors par convention $\binom{n}{k} = 0$
   - Propriétés : symétrie et $k\binom{n}{k} = n\binom{n-1}{k-1}$
2. Triangle de Pascal
   - Formule : si $1 \leqslant k \leqslant n$, alors $\binom{n}{k-1} + \binom{n}{k} = \binom{n+1}{k}$
   - Application à la construction du triangle de Pascal
3. Formule du binôme de Newton
   - $\forall a, b \in \mathbb{R}$, $\forall n \in \mathbb{N}$, $(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} = \binom{n}{k} a^k b^{n-k}$

Informatique

Pas d'informatique cette semaine.

Questions de cours

1. *Avec preuve*
   Expression du terme général d'une suite arithmétique.
2. *Avec preuve*
   Sommes des q^k .
3. *Sans preuve*
   Expression du terme général pour une suite récurrente linéaire d'ordre 2 sans second membre (cas $\Delta > 0$ et $\Delta = 0$).
4. *Avec preuve*
   Sommes des carrés.
5. *Sans preuve*
   Enoncer les résultats suivants :
   - Définition des coefficients binomiaux
   - Formule du triangle de Pascal
   - Formule du binôme de Newton