

Fiche n° 6. Équations du second degré

Réponses

- 6.1 a) $3, 3$
- 6.1 b) $-1/3, -1/3$
- 6.1 c) $2, -6$
- 6.1 d) $2, 3$
- 6.1 e) $0, \text{ donc } 5$
- 6.1 f) $0, \text{ donc } -3/2$
- 6.1 g) \emptyset
- 6.1 h) $1 \text{ donc } -5$
- 6.2 a) $6, 7$
- 6.2 b) $-3, -5$
- 6.2 c) $-7, -11$
- 6.2 d) $-3, 11$
- 6.2 e) a, b
- 6.2 f) $a - b, a + b$
- 6.3 a) $2/3$
- 6.3 b) $-2/7$
- 6.3 c) $-1/m$
- 6.3 d) $2m/(m + 3)$
- 6.4 a) $1 \text{ donc } (a - b)/(b - c)$
- 6.4 b) $1 \text{ donc } c(a - b)/(a(b - c))$
- 6.4 c) $m \text{ donc } -(m + a + b)$
- 6.5 a) $x^2 - 22x + 117 = 0$
- 6.5 b) $x^2 - 6x - 187 = 0$
- 6.5 c) $x^2 - 4x + 1 = 0$
- 6.6 a) $m = -3/4 \text{ et } x = 3/4$
- 6.6 b) ... $m = -1 \text{ et } x = -2, \text{ ou } m = 7 \text{ et } x = 2/3$
- 6.7 a) $a = 2 \text{ et } b = 3$
- 6.7 b) $a = -2 \text{ et } b = 1$
- 6.7 c) $a = -3 \text{ et } b = 5$
- 6.8 a) $] -\infty, 1] \cup [\sqrt{2}, +\infty[$
- 6.8 b) $[-3, 5]$
- 6.8 c) $] -\infty, -1] \cup [2/3, +\infty[$

Corrigés

- 6.1 a) C'est une identité remarquable : $x^2 - 6x + 9 = (x - 3)^2$.
- 6.1 c) Le nombre 2 est racine évidente, l'autre est donc -6 en regardant le produit des racines qui vaut -12 .
- 6.1 e) La racine 0 est la racine évidente par excellence; la somme des racines valant ici 5 l'autre racine est 5.
- 6.1 g) La fonction $x \mapsto 2x^2 + 3$ est strictement positive car elle est minorée par 3, donc elle ne s'annule pas.
- 6.2 a) Ici on cherche des racines un peu moins évidentes : on remplace le problème par le problème équivalent de la détermination de deux nombres x_1, x_2 dont le produit vaut 42 et la somme 13. On teste donc les factorisations évidentes de 42, ici $42 = 6 \times 7$ et $13 = 6 + 7$.
- 6.2 b) On cherche deux nombres dont le produit vaut 15 et la somme -8 : les nombres -3 et -5 conviennent.
- 6.5 a) La somme des racines vaut 22, leur produit 117. L'équation cherchée est donc $x^2 - 22x + 117 = 0$.
- 6.6 a) Une équation du second degré admet une racine double si, et seulement si, son discriminant est nul.

Ici, le discriminant vaut $\Delta = (2m + 3)^2 - 4m^2 = 3(4m - 1)$. Ainsi, l'équation admet une racine double si, et seulement si, m vaut $-3/4$ ce qui donne $x = 3/4$.

.....
6.6 b) Ici, le déterminant vaut $\Delta = 4(m^2 - 6m - 7)$, donc une racine évidente est -1 donc l'autre vaut 7 . Pour $m = -1$ on trouve $x = -2$ et pour $m = 7$ on trouve $x = 2/3$.

.....
6.8 a) Un trinôme est du signe du coefficient dominant à l'extérieur de l'intervalle des racines, et du signe opposé entre les racines. Ici, les racines sont $\sqrt{2}$ et 1 , le trinôme est donc strictement positif sur $]-\infty, 1[\cup]\sqrt{2}, +\infty[$ et strictement négatif sur $]1, \sqrt{2}[$.

.....
6.8 b) Les racines sont -5 et 3 . Le trinôme est donc strictement négatif sur $]-\infty, -3[\cup]5, +\infty[$ et strictement positif sur $] - 3, 5[$.

.....
6.8 c) Ici, les racines sont -1 et $2/3$. Le trinôme est donc strictement positif sur $]-\infty, -1[\cup]2/3, +\infty[$ et strictement négatif sur $] - 1, 2/3[$.