Nom : ....

Interrogation 2 - Mardi 24 septembre 2024

Logique, raisonnements et ensembles

1. Soient P et Q deux assertions.
   Donner la table de vérité de l'assertion $P \Rightarrow Q$.

2. Donner la liste des types de raisonnements classiques.

3. Soit E un ensemble.
   Pour tout $x \in E$, on définit une assertion $P(x)$.
   (a) Le contraire de "$\forall x \in E, P(x)$" est :
   (b) Le contraire de "$\exists x \in E, P(x)$" est :

4. Soient A et B deux ensembles.
   Donner la définition de "A est inclus dans B".

5. Enoncer les lois de Morgan pour des ensembles.

6. Soient $n \in \mathbb{N}^*$ et $E_1, \dots, E_n$ des ensembles.
   Donner la définition de $E_1 \times \cdots \times E_n$.

Suites réelles usuelles

1. Donner la définition d'une suite arithmétique.

2. Donner la proposition sur l'expression du terme général d'une suite arithmétique (avec les deux formules).

3. Soient (u_n) une suite arithmétique et $m, n \in \mathbb{N}$ avec $m \leqslant n$. Compléter :

   $u_m + \cdots + u_n =$

4. Donner la définition d'une suite géométrique.

5. Donner la proposition sur l'expression du terme général d'une suite géométrique (avec les deux formules).

6. Soient (u_n) une suite géométrique de raison $q \neq 1$ et $m, n \in \mathbb{N}$ avec $m \leqslant n$. Compléter :

   $u_m + \cdots + u_n =$

7. Soit (u_n) une suite récurrente linéaire d'ordre 2 sans second membre.
   On note Δ le discriminant de l'équation caractéristique associée à (u_n).

   (a) On suppose que $\Delta > 0$ et on note r_1 et r_2 les solutions de l'équation caractéristique.
   Donner l'expression du terme général de (u_n).

   (b) On suppose que $\Delta = 0$ et on note r la solution de l'équation caractéristique.
   Donner l'expression du terme général de (u_n).

Méthodes de calcul

1. Enoncer la propriété de linéarité de la somme.

2. Soit $(m, n) \in \mathbb{N}^2$ avec $m \leqslant n$.
   Soient $a_m, \dots, a_{n+1}$ des réels.

   Compléter : $\sum\limits_{k=m}^{n} (a_{k+1} - a_k) =$

3. Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Compléter :

   (a) $\sum\limits_{k=1}^{n} k =$

   (b) $\sum\limits_{k=1}^{n} k^2 =$

4. Soit $(m, n) \in \mathbb{N}^2$ avec $m \leqslant n$.
   Soient $a_m, \dots, a_n$ et $b_m, \dots, b_n$ des réels.

   Compléter :

   $\prod\limits_{k=m}^{n} \Big(a_k \, b_k \Big) =$

5. Soient k et n deux entiers naturels.
   Donner la définition du coefficient binomial $\binom{n}{k}$ (en traitant bien tous les cas).

6. Enoncer la formule du triangle de Pascal.

7. Enoncer la formule du binôme de Newton.