

Semaine 3 - Lundi 30 septembre au vendredi 4 octobre

Chapitre 3 - Méthodes de calcul

I/ Sommes

1. Symbole de somme : \sum
 - Définition de $\sum_{k=n}^m a_k$
2. Règles de calcul
 - Linéarité, découpage (en in indice ou entre termes pairs et impairs), sommes télescopiques, changement d'indice par translation ou
3. Sommes à connaître
 - Sommes arithmétiques et géométriques, somme des carrés
4. Sommes doubles
 - Somme sur un rectangle, somme sur un triangle

II/ Produits

- Définition de $\prod_{k=n}^m a_k$
- Règles de calcul : $\prod_{k=n}^m a_k b_k = \left(\prod_{k=n}^m a_k \right) \left(\prod_{k=n}^m b_k \right)$, $\prod_{k=n}^m a_k^\alpha = \left(\prod_{k=n}^m a_k \right)^\alpha$ et $\prod_{k=n}^m \lambda a_k = \lambda^{n-m+1} \prod_{k=n}^m a_k$
- Règles de calcul : changement d'indice, découpage, produits télescopiques
- Définition : factorielle

III/ Coefficients binomiaux

1. Définition et premières propriétés
 - Définition : pour $k, n \in \mathbb{N}$, si $0 \leq k \leq n$, alors $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ et, si $k > n$, alors par convention $\binom{n}{k} = 0$
 - Propriétés : symétrie et $k \binom{n}{k} = n \binom{n-1}{k-1}$
2. Triangle de Pascal
 - Formule : si $1 \leq k \leq n$, alors $\binom{n}{k-1} + \binom{n}{k} = \binom{n+1}{k}$

- Application à la construction du triangle de Pascal

3. Formule du binôme de Newton

- $\forall a, b \in \mathbb{R}, \forall n \in \mathbb{N}, (a+b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^k b^{n-k}$

Chapitre 4 - Nombres réels

I/ Calculs sur les nombres réels

1. Valeur absolue

- Définition de $|x|$
- Propriétés : $|x| \geq 0$, $|x| \geq x$, $|x| \geq -x$ et $|x| = 0 \Leftrightarrow x = 0$
- Règles de calcul : $|xy| = |x||y|$, $|x^n| = |x|^n$, $|-x| = |x|$ et $|x-y| = |y-x|$
- Lien avec les inégalités : si $0 \leq x < y$, alors $|x| \leq |y|$ et si $x < y \leq 0$, alors $|y| \leq |x|$
- Inégalité triangulaire et deuxième inégalité triangulaire

2. Partie entière

- Définition
- Propriétés : si $p \in \mathbb{Z}$, alors $[p] = p$ et $[x+p] = [x] + p$
- Lien avec les inégalités : si $x \leq y$, alors $[x] \leq [y]$

3. Puissances

- Définitions : x^n (si $n \in \mathbb{N}$) et x^n (si $x \neq 0$ et $n \in \mathbb{Z} \setminus \mathbb{N}$)
- Règles de calcul : $x^0 = 1$, $x^n y^n = (xy)^n$, $x^n x^m = x^{n+m}$, $(x^n)^m = x^{nm}$
- Lien avec les inégalités : passer au carré, au cube, à l'inverse

4. Racines

- Définition de \sqrt{x}
- Règles de calcul : $\sqrt{x^2} = |x|$, si $x \geq 0$ alors $(\sqrt{x})^2 = x$, si $x \geq 0$ et $y \geq 0$ alors $\sqrt{xy} = \sqrt{x} \sqrt{y}$
- Lien avec les inégalités : si $0 \leq x < y$, alors $\sqrt{x} < \sqrt{y}$
- Définition de $\sqrt[3]{x}$
- Règles de calcul : $\sqrt[3]{x^3} = x$, $(\sqrt[3]{x})^3 = x$, $\sqrt[3]{xy} = \sqrt[3]{x} \sqrt[3]{y}$
- Lien avec les inégalités : si $x < y$, alors $\sqrt[3]{x} < \sqrt[3]{y}$

II/ Egalités et inégalités

1. Egalités et équations

- Identités remarquables
- Equations du second degré : discriminant, solutions et forme factorisée dans le cas où $\Delta > 0$ et $\Delta = 0$

2. Inégalités et inéquations

- Inéquations, additions et multiplications
- Inéquations et "passage à une fonction" (valeur absolue, partie entière, carré, cube, inverse, puissance, racine)
- Inégalités du second degré : utiliser la forme factorisée

III/ Propriétés de l'ensemble des nombres réels

1. Intervalles

- Définition et description des intervalles de \mathbb{R}

2. Parties majorées ou minorées

- Définitions : majorant, minorant, maximum, minimum, borne supérieure, borne inférieure
- Proposition : unicité du maximum et de la borne supérieure
- Théorème : toute partie non vide majorée de \mathbb{R} admet une borne supérieure

Informatique

Pas d'informatique cette semaine.

Questions de cours

1. Avec preuve

Sommes des carrés.

2. Sans preuve

Enoncer les résultats suivants :

- Définition des coefficients binomiaux
- Formule du triangle de Pascal
- Formule du binôme de Newton

3. Sans preuve

Enoncer les définitions et propriétés suivantes :

- Définition de la valeur absolue
- Règles de calculs de la valeur absolue ($|xy|$, $|x^n|$, $|-x|$)
- Définition de la partie entière

4. Avec preuve

Inégalité triangulaire.

5. Sans preuve

Enoncer les règles concernant les additions et multiplications d'inéquations.