Mathématiques et informatique

BCPST 1

Semaine 4 - Lundi 07 octobre au vendredi 11 octobre

Chapitre 4 - Nombres réels

I/ Calculs sur les nombres réels

- 1. Valeur absolue
 - Définition de |x|
 - Propriétés : $|x| \ge 0$, $|x| \ge x$, $|x| \ge -x$ et $|x| = 0 \Leftrightarrow x = 0$
 - Règles de calcul : $|xy| = |x||y|, |x^n| = |x|^n, |-x| = |x|$ et |x-y| = |y-x|
 - Lien avec les inégalités : si $0 \le x < y$, alors $|x| \le |y|$ et si $x < y \le 0$, alors $|y| \le |x|$
 - Inégalité triangulaire et deuxième inégalité triangulaire
- 2. Partie entière
 - Définition
 - Propriétés : si $p \in \mathbb{Z}$, alors $\lfloor p \rfloor = p$ et $\lfloor x + p \rfloor = \lfloor x \rfloor + p$
 - Lien avec les inégalités : si $x \le y$, alors $\lfloor x \rfloor \le \lfloor y \rfloor$
- 3. Puissances
 - Définitions : x^n (si $n \in \mathbb{N}$) et x^n (si $x \neq 0$ et $n \in \mathbb{Z} \setminus \mathbb{N}$
 - Règles de calcul : $x^0 = 1$, $x^n y^n = (xy)^n$, $x^n x^m = x^{n+m}$, $(x^n)^m = x^{nm}$
 - Lien avec les inégalités : passer au carré, au cube, à l'inverse
- 4. Racines
 - Définition de \sqrt{x}
 - Règles de calcul : $\sqrt{x^2}=|x|,$ si $x\geqslant 0$ alors $(\sqrt{x})^2=x$, si $x\geqslant 0$ et $y\geqslant 0$ alors $\sqrt{xy}=\sqrt{x}\,\sqrt{y}$
 - Lien avec les inégalités : si $0 \le x < y$, alors $\sqrt{x} < \sqrt{y}$
 - Définition de $\sqrt[3]{x}$
 - Règles de calcul : $\sqrt[3]{x^3} = x$, $(\sqrt[3]{x})^3 = x$, $\sqrt[3]{xy} = \sqrt[3]{x}$
 - Lien avec les inégalités : si x < y, alors $\sqrt[3]{x} < \sqrt[3]{y}$

II/ Egalités et inégalités

- 1. Egalités et équations
 - Identités remarquables
 - Equations du second degré : discriminant, solutions et forme factorisée dans le cas où $\Delta>0$ et $\Delta=0$

- 2. Inégalités et inéquations
 - Inéquations, additions et multiplications
 - Inéquations et "passage à une fonction" (valeur absolue, partie entière, carré, cube, inverse, puissance, racine)
 - Inégalités du second degré : utiliser la forme factorisée

III/ Propriétés de l'ensemble des nombres réels

- 1. Intervalles
 - \bullet Définition et description des intervalles de $\mathbb R$
- 2. Parties majorées ou minorées
 - Définitions : majorant, minorant, maximum, minimum, borne supérieure, borne inférieure
 - Proposition : unicité du maximum et de la borne supérieure
 - \bullet Théorème : toute partie non vide majorée de $\mathbb R$ admet une borne supérieure

Chap 5 - Trigonométrie

I/ Cercle trigonométrique, sinus, cosinus, tangente

- 1. Description
 - Cercle trigonométrique, enroulement de la droite des réels, sinus, cosinus, tangente
- 2. Valeurs à connaître
 - Radians, mesure modulo 2π , valeurs de cos, sin et tan à connaître
- 3. Liens avec la géométrie
 - Lien avec les triangles rectangles, tangente et théorème de Thalès, $\cos^2(\theta) + \sin^2(\theta) = 1$

II/ Formules trigonométriques

- 1. Périodicité et symétries
- 2. Formule d'addition et conséquences
 - $\cos(a+b)$, $\sin(a+b)$, $\cos(a-b)$, $\sin(a-b)$, $\cos(2a)$, $\sin(2a)$

Mathématiques et informatique

BCPST 1

III/ Equations trigonométriques

- 1. Equations trigonométriques simples
 - Définition de arccos(c), arcsin(s) et arctan(t) et valeurs à connaître (attention aux intervalles de validité)
 - Application à la résolution d'équations
- 2. Equations de la forme $a \cos(x) + b \sin(x) = c$
 - Méthode pour transformer $a \cos(x) + b \sin(x)$ en $r \cos(x \phi)$

Informatique

Pas d'informatique cette semaine.

Questions de cours

1. Sans preuve

Enoncer les définitions et propriétés suivantes :

- Définition de la valeur absolue
- Règles de calculs de la valeur absolue ($|xy|, |x^n|, |-x|$)
- Définition de la partie entière
- $2.\ Avec\ preuve$

Inégalité triangulaire.

3. Sans preuve

Enoncer les règles concernant les additions et multiplications d'inéquations.

4. Avec preuve

Formules d'addition du sinus et du cosinus.

5. Sans preuve

Donner la définition de arccos, arcsin et arctan