

Expressions algébriques

Prérequis

Identités remarquables. Nombres complexes.

Dès le début de la 1^{ère} année

Calcul 5.1 — Cubique.

Soit a un nombre réel tel que $a^3 - a^2 + 1 = 0$.Exprimer les quantités suivantes sous la forme $xa^2 + ya + z$ où x, y, z sont trois nombres rationnels.

a) $(a + 2)^3$

c) a^{12}

b) $a^5 - a^6$

d) $\frac{1}{a} + \frac{1}{a^2}$

Calcul 5.2 — Introduction aux nombres complexes.

Soit i un nombre tel que $i^2 = -1$.Exprimer les quantités suivantes sous la forme $x + iy$ où x, y sont deux réels.

a) $(3 + i)^2$

c) $(3 - i)^3$

b) $(3 - i)^2$

d) $(3 - 2i)^3$

Calcul 5.3



Même exercice.

a) $(4 - 5i)(6 + 3i)$

c) $(-4 + i\sqrt{5})^3$

b) $(2 + 3i)^3(2 - 3i)^3$

d) $(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2})^3$

Calcul 5.4 — Puissance cinquième.

Soit a un nombre distinct de 1 tel que $a^5 = 1$. Calculer les nombres suivants :

a) $a^7 - 3a^6 + 4a^5 - a^2 + 3a - 1$

b) $a^{1234} \times a^{2341} \times a^{3412} \times a^{4123}$

c) $\prod_{k=0}^{1234} a^k$

Calcul 5.5 — Inverse.

Soit x un réel non nul. On pose $a = x - \frac{1}{x}$. Exprimer les quantités suivantes en fonction de a uniquement.

a) $x^2 + \frac{1}{x^2}$

b) $x^3 - \frac{1}{x^3}$

c) $x^4 + \frac{1}{x^4}$

Calcul 5.6



Soit p un réel de $]0, 1[$. On pose $q = 1 - p$.

Simplifier les expressions suivantes.

- a) $pq \times \frac{2}{p^3} + \frac{1}{p} - \frac{1}{p^2}$
- b) $\frac{pq}{(1-p)^2} - \frac{1}{q}$
- c) $\frac{1}{pq} - \frac{1}{1-q} - \frac{1}{1-p}$
- d) $p^3 + 3pq + q^3$

Calcul 5.7 — Résoudre une équation en physique.



Résoudre les équations suivantes en exprimant l'inconnue en fonction des autres grandeurs.

- a) $\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$ avec pour inconnue k
- b) $\frac{2mg}{a}\rho - \frac{mC^2}{\rho^3} = 0$ avec pour inconnue ρ avec $\rho > 0$
- c) $\frac{1}{2}mv^2 + \frac{mgd^2}{2R} = \frac{mgR}{2}$ avec pour inconnue v

Réponses mélangées

$$\frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2} \quad -4 + 43i\sqrt{5} \quad 1 \quad -a^2 + 1 \quad 7a^2 + 12a + 7 \quad 4a^2 - a - 3$$

$$-1 \quad a^2 + 2 \quad a^2 - a - 1 \quad 8 + 6i \quad 39 - 18i \quad 1 \quad 18 - 26i$$

$$a^3 + 3a \quad 0 \quad 3 \quad -9 - 46i \quad \left(\frac{aC^2}{2g}\right)^{\frac{1}{4}} \quad 8 - 6i \quad a^4 + 4a^2 + 2$$

$$\frac{q}{p^2} \quad 2197 \quad 1 \quad \sqrt{g\left(R - \frac{d^2}{R}\right)} \text{ ou } -\sqrt{g\left(R - \frac{d^2}{R}\right)} \quad 1$$