

## Expressions algébriques

## Prérequis

Identités remarquables. Nombres complexes.

Dès le début de la 1<sup>ère</sup> année

## Calcul 5.1 — Cubique.

Soit  $a$  un nombre réel tel que  $a^3 - a^2 + 1 = 0$ .Exprimer les quantités suivantes sous la forme  $xa^2 + ya + z$  où  $x, y, z$  sont trois nombres rationnels.

a)  $(a + 2)^3$  .....

c)  $a^{12}$  .....

b)  $a^5 - a^6$  .....

d)  $\frac{1}{a} + \frac{1}{a^2}$  .....

## Calcul 5.2 — Introduction aux nombres complexes.

Soit  $i$  un nombre tel que  $i^2 = -1$ .Exprimer les quantités suivantes sous la forme  $x + iy$  où  $x, y$  sont deux réels.

a)  $(3 + i)^2$  .....

c)  $(3 - i)^3$  .....

b)  $(3 - i)^2$  .....

d)  $(3 - 2i)^3$  .....

## Calcul 5.3



Même exercice.

a)  $(4 - 5i)(6 + 3i)$  .....

c)  $(-4 + i\sqrt{5})^3$  .....

b)  $(2 + 3i)^3(2 - 3i)^3$  .....

d)  $(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2})^3$  .....

## Calcul 5.4 — Puissance cinquième.

Soit  $a$  un nombre distinct de 1 tel que  $a^5 = 1$ . Calculer les nombres suivants :

a)  $a^7 - 3a^6 + 4a^5 - a^2 + 3a - 1$  .....

b)  $a^{1234} \times a^{2341} \times a^{3412} \times a^{4123}$  .....

c)  $\prod_{k=0}^{1234} a^k$  .....

## Calcul 5.5 — Inverse.

Soit  $x$  un réel non nul. On pose  $a = x - \frac{1}{x}$ . Exprimer les quantités suivantes en fonction de  $a$  uniquement.

a)  $x^2 + \frac{1}{x^2}$  .....

b)  $x^3 - \frac{1}{x^3}$  .....

c)  $x^4 + \frac{1}{x^4}$  .....

**Calcul 5.6**



Soit  $p$  un réel de  $]0, 1[$ . On pose  $q = 1 - p$ .

Simplifier les expressions suivantes.

- a)  $pq \times \frac{2}{p^3} + \frac{1}{p} - \frac{1}{p^2}$  .....
- b)  $\frac{pq}{(1-p)^2} - \frac{1}{q}$  .....
- c)  $\frac{1}{pq} - \frac{1}{1-q} - \frac{1}{1-p}$  .....
- d)  $p^3 + 3pq + q^3$  .....

**Calcul 5.7 — Résoudre une équation en physique.**



Résoudre les équations suivantes en exprimant l'inconnue en fonction des autres grandeurs.

- a)  $\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$  avec pour inconnue  $k$  .....
- b)  $\frac{2mg}{a}\rho - \frac{mC^2}{\rho^3} = 0$  avec pour inconnue  $\rho$  avec  $\rho > 0$  .....
- c)  $\frac{1}{2}mv^2 + \frac{mgd^2}{2R} = \frac{mgR}{2}$  avec pour inconnue  $v$ . .....

**Réponses mélangées**

$$\frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2} \quad -4 + 43i\sqrt{5} \quad 1 \quad -a^2 + 1 \quad 7a^2 + 12a + 7 \quad 4a^2 - a - 3$$

$$-1 \quad a^2 + 2 \quad a^2 - a - 1 \quad 8 + 6i \quad 39 - 18i \quad 1 \quad 18 - 26i$$

$$a^3 + 3a \quad 0 \quad 3 \quad -9 - 46i \quad \left(\frac{aC^2}{2g}\right)^{\frac{1}{4}} \quad 8 - 6i \quad a^4 + 4a^2 + 2$$

$$\frac{q}{p^2} \quad 2197 \quad 1 \quad \sqrt{g\left(R - \frac{d^2}{R}\right)} \text{ ou } -\sqrt{g\left(R - \frac{d^2}{R}\right)} \quad 1$$