

Nombres complexes

Prérequis

Forme algébrique et forme exponentielle.

A la suite du cours de 1ère année.

Pour s'échauffer

Calcul 17.1 — Écriture algébrique.



Mettre les nombres complexes suivants sous forme algébrique.

a) $(2 + 6i)(5 + i)$

e) $(2 - 3i)^4$

b) $(3 - i)(4 + i)$

f) $\frac{1}{3 - i}$

c) $(4 - 3i)^2$

g) $\frac{2 - 3i}{5 + 2i}$

d) $(1 - 2i)(1 + 2i)$

h) $e^{-i\frac{\pi}{3}}$

Calcul 17.2 — Forme exponentielle.



Mettre les nombres complexes suivants sous forme exponentielle.

a) 12

e) $-2e^{i\frac{3\pi}{6}}$

b) -8

f) $5 - 5i$

c) $\sqrt{3}i$

g) $-5 + 5i\sqrt{3}$

d) $-2i$

h) $e^{i\frac{\pi}{3}} + e^{i\frac{\pi}{6}}$

Résolution de l'équation $x^2 = a$ avec $a \in \mathbb{C}$.

Calcul 17.3 — Equation dans \mathbb{C} .



Résoudre sur \mathbb{C} les équations suivantes. (on donnera les solutions sous forme algébrique)

a) $x^2 = -1$

c) $x^2 = 2i$

b) $x^2 = 2$

d) $x^2 = 3 - 4i$

Un calcul plus difficile

Calcul 17.4 — Une simplification.



On pose $z = \frac{1 + \sqrt{2} + i}{1 + \sqrt{2} - i}$.

a) Calculer $|z|$

b) Mettre z sous forme algébrique

c) Calculer z^{2021}

Réponses mélangées

$\frac{1}{\sqrt{2}} + i\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\{1 - 2i, -1 + 2i\}$	$10e^{-\frac{2\pi}{3}i}$	$7 - 24i$	$\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$	$\frac{4}{29} - \frac{19}{29}i$	$5e^{-\frac{\pi}{4}i}$
$8e^{i\pi}$	$13 - i$	$4 + 32i$	$\{-i, i\}$	$\sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{2}}$	$-119 + 120i$	$\{-\sqrt{2}, \sqrt{2}\}$
$\{1 + i, -1 - i\}$	$2e^{-i\frac{\pi}{2}}$	12	$2\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)e^{i\frac{\pi}{4}}$	$\frac{3}{10} + \frac{1}{10}i$	5	1
						$-\frac{1}{\sqrt{2}} - i\frac{1}{\sqrt{2}}$